

## Note de curs



**Dr.ing. NAGY-GYÖRGY Tamás**  
Conferențiar

**E-mail:**

[tamas.nagy-gyorgy@upt.ro](mailto:tamas.nagy-gyorgy@upt.ro)

**Tel:**

+40 256 403 935

**Web:**

<http://www.ct.upt.ro/users/TamasNagyGyorgy/index.htm>

**Birou:**

A219

# 10.1 COMPORTAREA ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE LA ACȚIUNEA FORȚELOR TĂIETOARE

10.2 CALCULUL LA FORȚĂ TĂIETOARE

10.3 ELEMENTE FĂRĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE

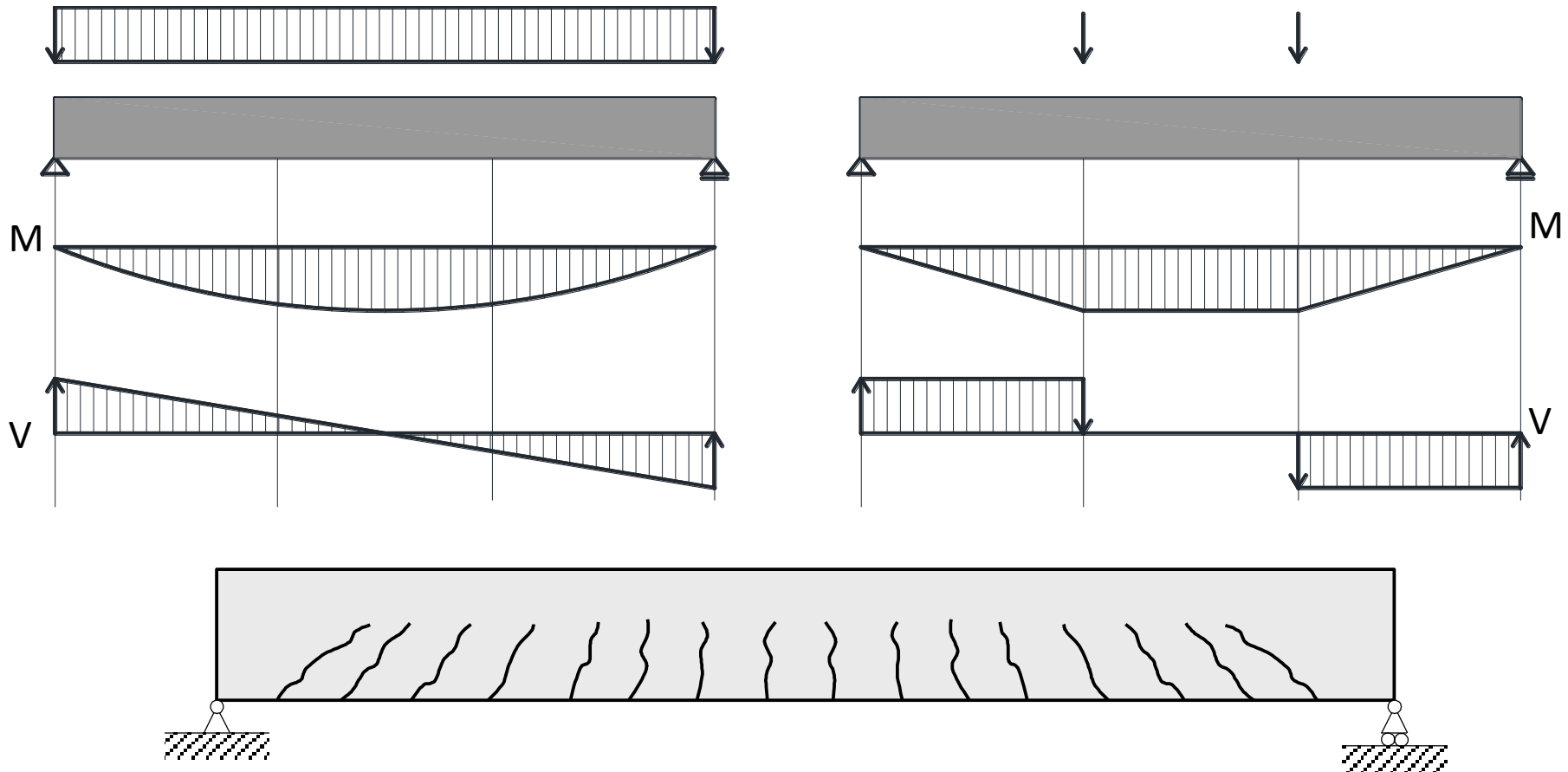
10.4 ELEMENTE CARE NECESITĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE

10.5 CAZURI SPECIALE DE PRELUARE A FORȚEI TĂIETOARE

10.6. FORFECAREA DINTRE INIMA ȘI TALPA SECȚIUNILOR T

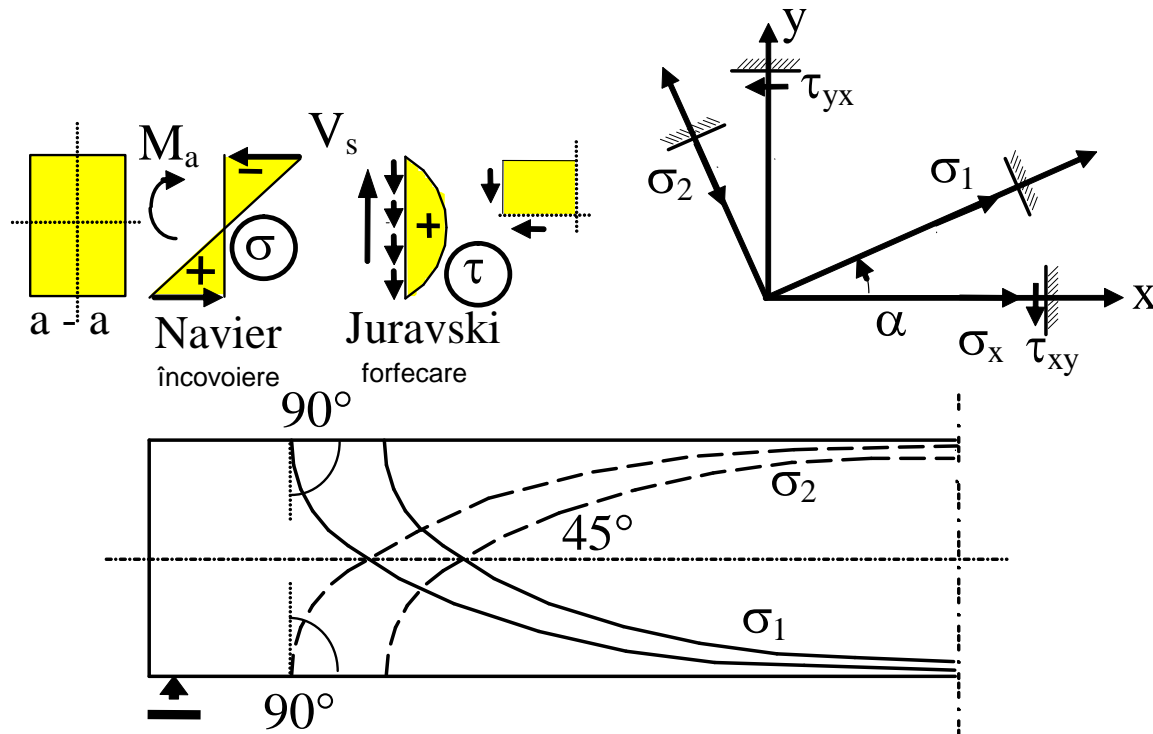
## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Forța tăietoare și momentul încovoietor, în mod curent, acționează simultan!**



## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

Datorită momentului încovoietor  $M$ , în secțiune iau naștere eforturi unitare normale  $\sigma_x$ , ( $\sigma_y = 0$  la grinzi obișnuite), iar datorită forței tăietoare  $V$ , eforturi unitare tangențiale  $\tau_{xy}$ .



$\sigma_1$  - întindere  
 $\sigma_2$  - compresiune

$$\sigma = \frac{M}{I} y = \frac{M}{W} \quad \text{Navier}$$

$$\tau = \frac{VS_x}{bI_x} \quad \text{Juravski}$$

**Traiectoriile eforturilor unitare principale** (element încovoiat - material perfect elastic, omogen și izotrop) → Analiza variației eforturilor unitare principale  $\sigma_1$  și  $\sigma_2$  permite trasarea traiectoriilor lor și implicit pune în evidență modul de fisurare al betonului (simplu) întins.

## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

Pentru o secțiune dreptunghiulară de **beton simplu** nefisurată

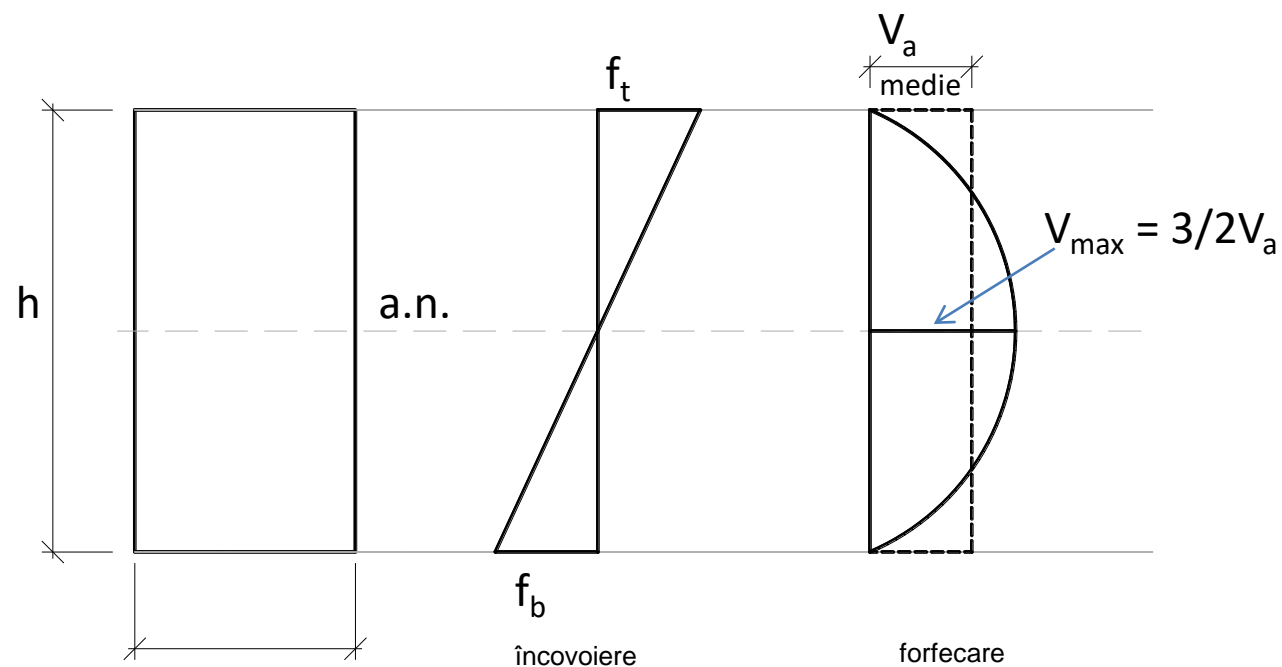
$$\tau = \frac{VS_x}{bI_x} = \frac{3}{2} \left( \frac{V}{bh} \right) = 1.5\tau_{ave}$$

forfecare

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$S = \left( \frac{bh}{2} \right) \cdot \left( \frac{h}{4} \right) = \frac{bh^2}{8}$$

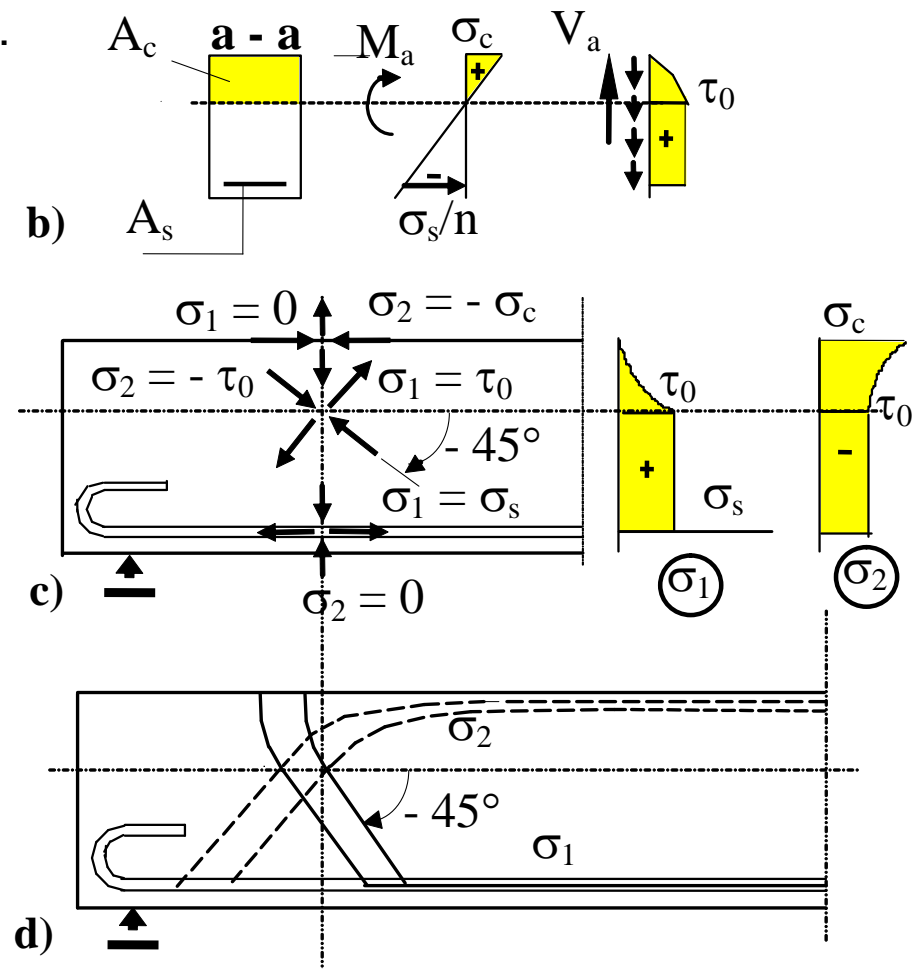
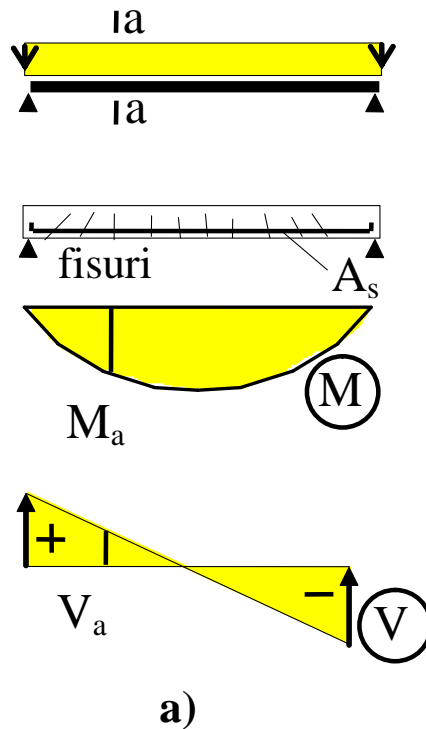
La nivelul a.n.



## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

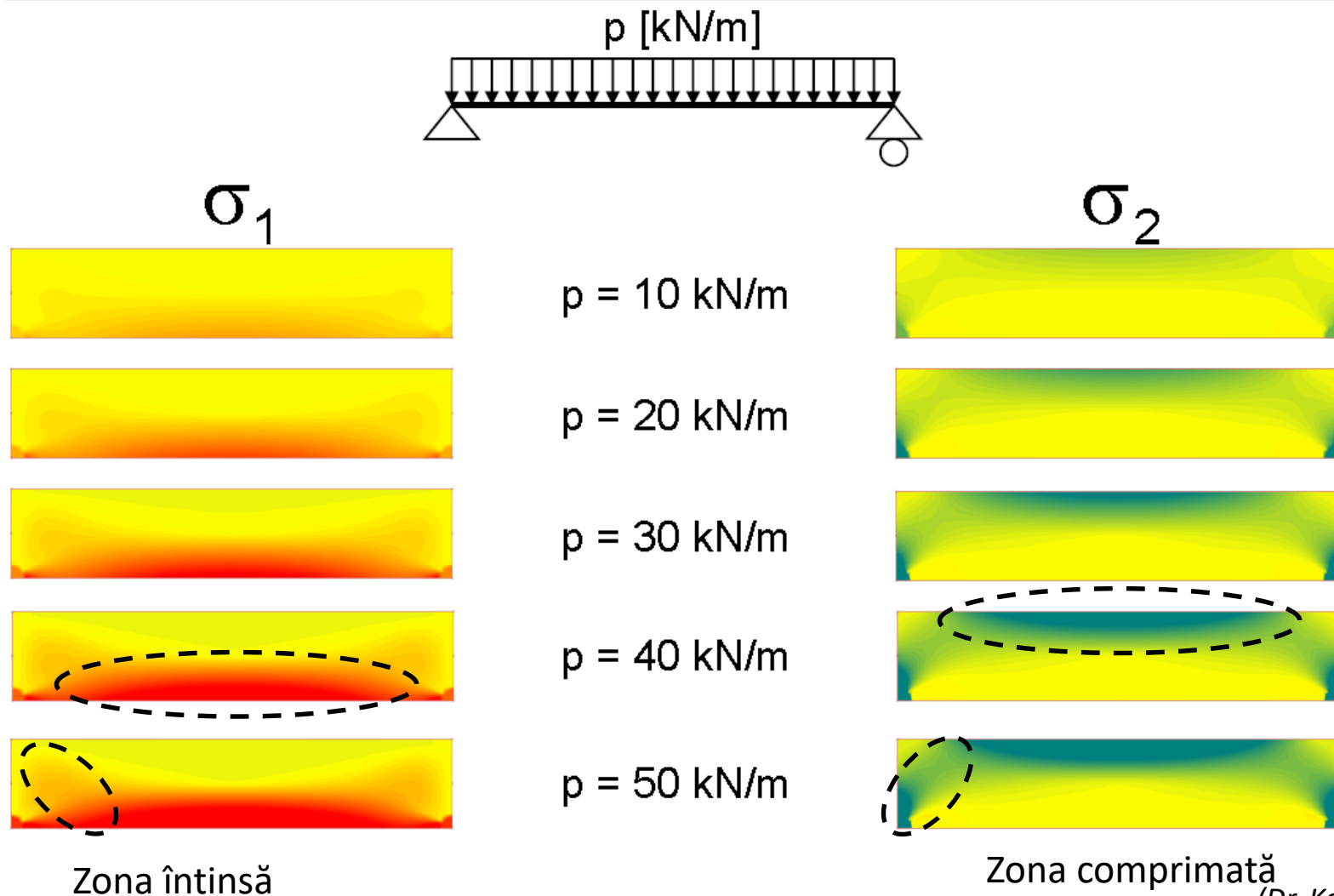
Pentru **analiza stării de eforturi unitare principale** se iau în considerare trei niveluri de calcul, pe înălțimea unei secțiuni simplu armate, fisurată,

- 1 - fibra cea mai comprimată;
- 2 - axa neutră
- 3 - centrul de greutate al armăturii întinse.



## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

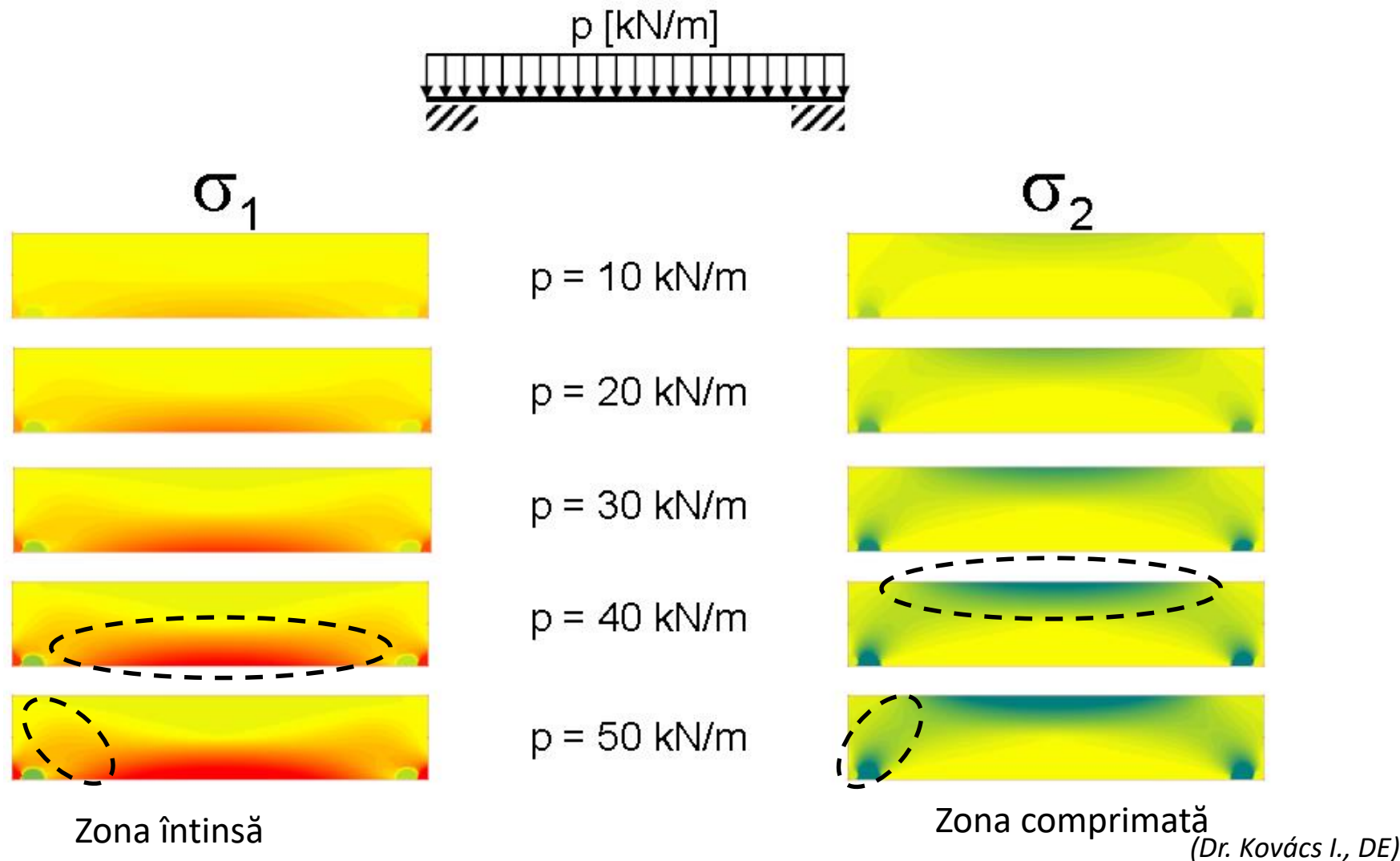
## Eforturile unitare principale pt o grindă de beton armat sub încărcări crescătoare



(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

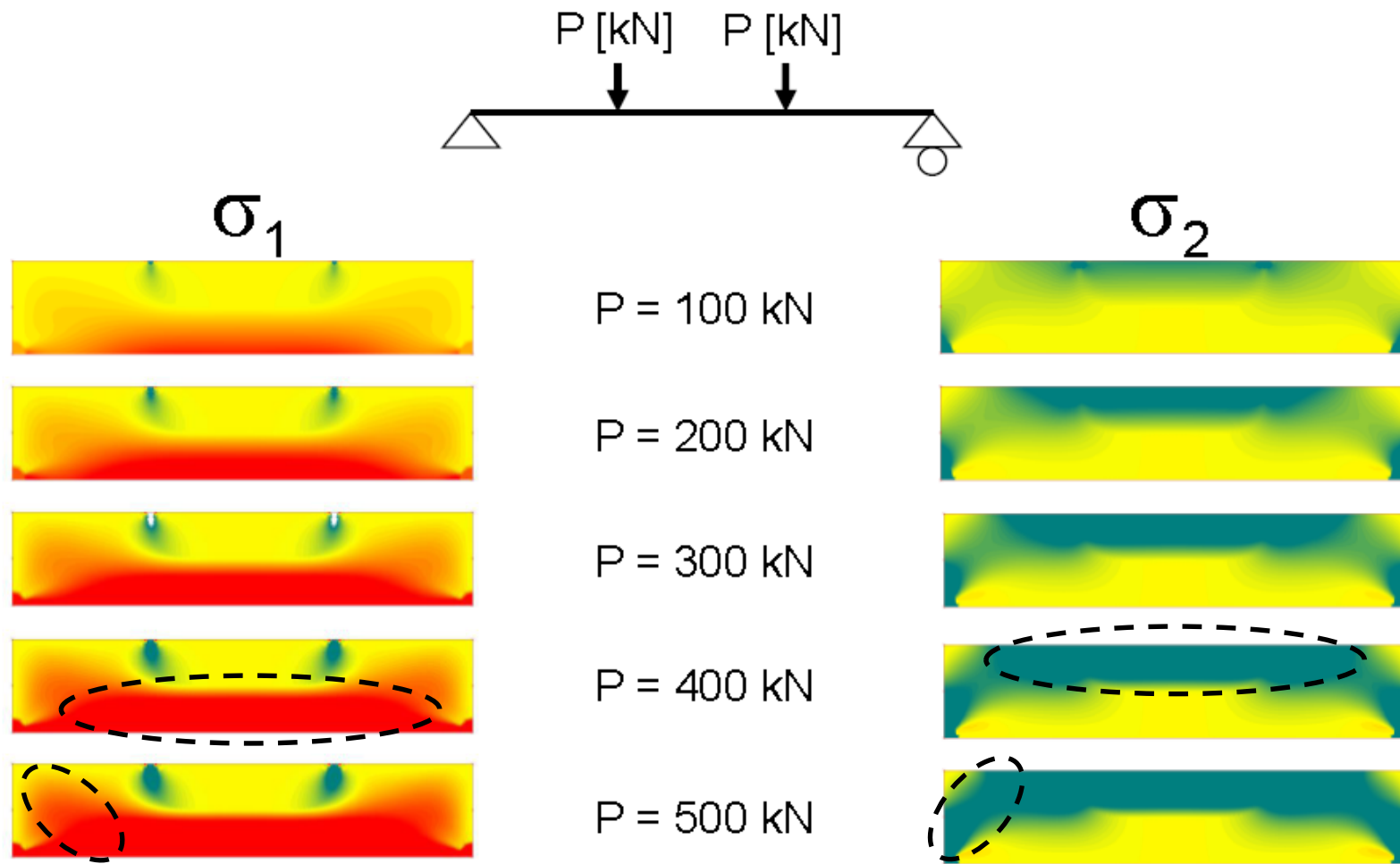
## Eforturile unitare principale pt o grindă de beton armat sub încărcări crescătoare





## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Eforturile unitare principale pt o grindă de beton armat sub încărcări crescătoare



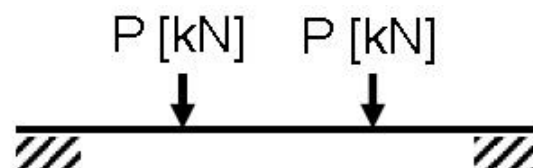
Zona întinsă

Zona comprimată

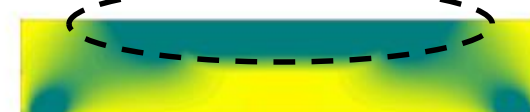
(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Eforturile unitare principale pt o grindă de beton armat sub încărcări crescătoare

 $\sigma_1$  $P = 100$  kN $P = 200$  kN $P = 300$  kN $P = 400$  kN $P = 500$  kN

Zona întinsă

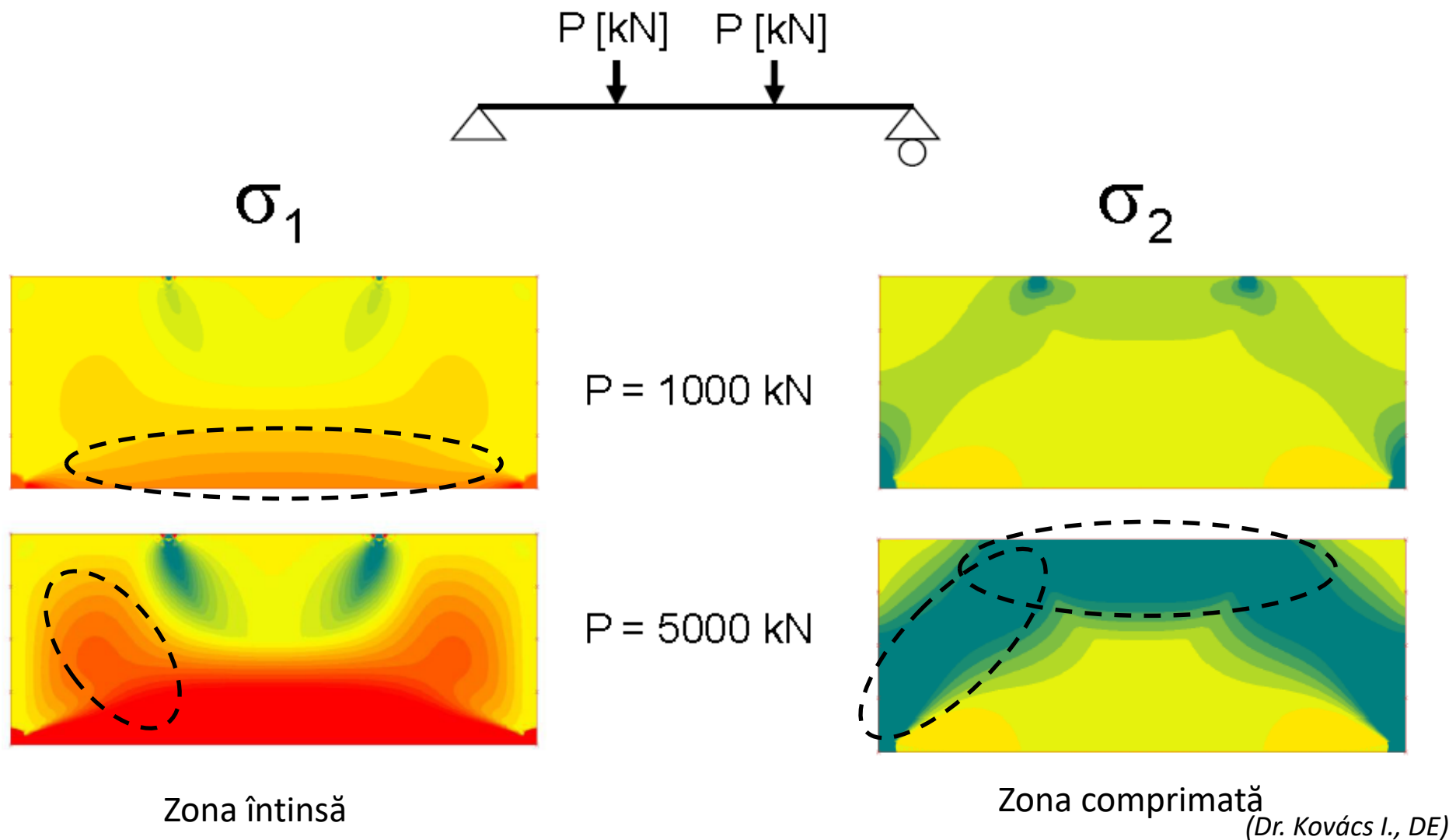
 $\sigma_2$ 

Zona comprimată

(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

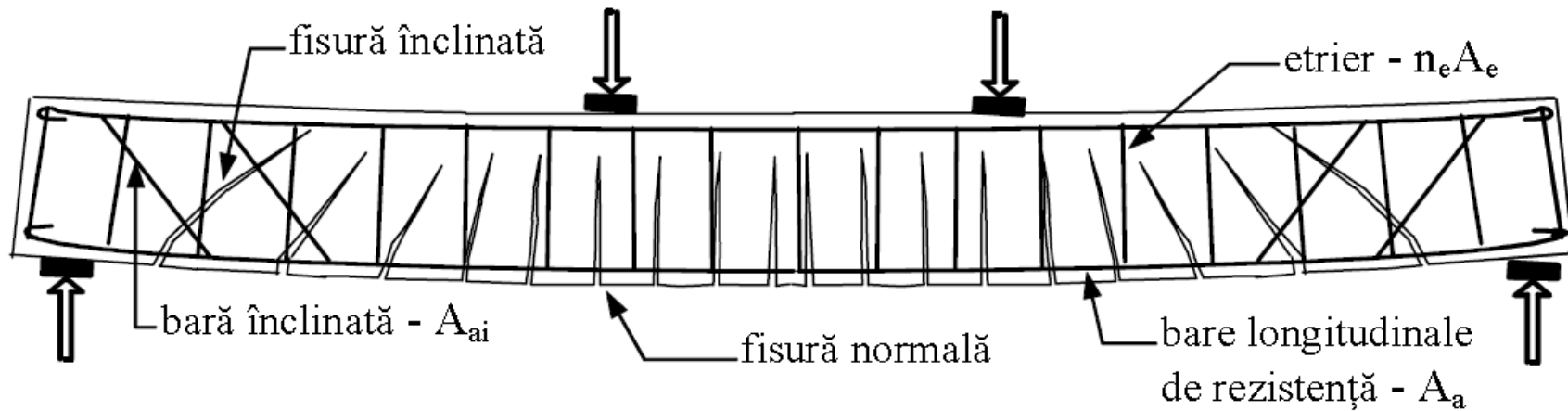
Eforturile unitare principale pt o grindă perete de beton armat sub încărcări crescătoare



(Dr. Kovács I., DE)

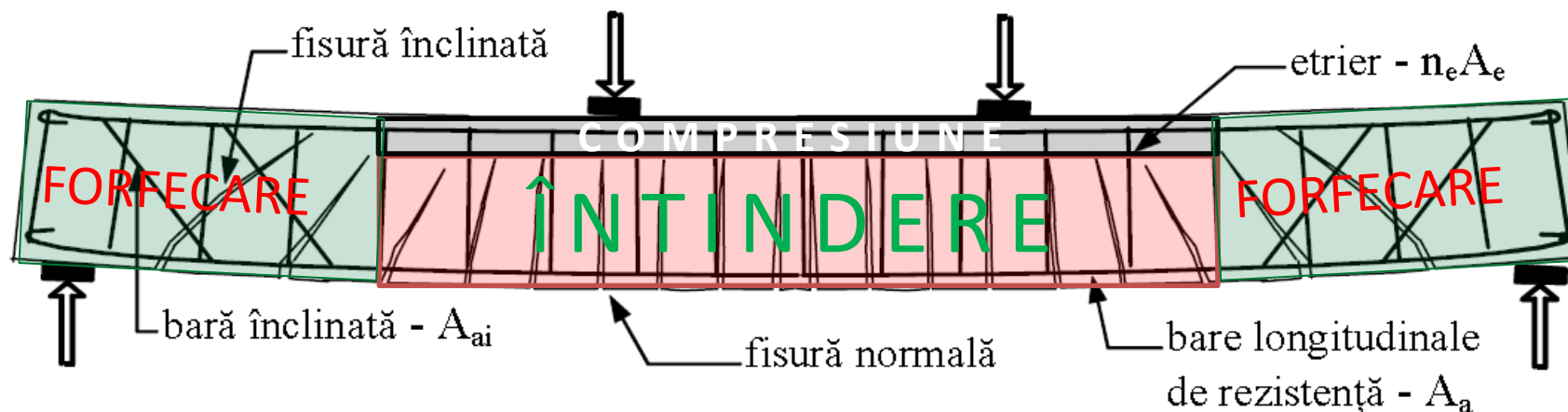
## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Comportarea elementelor încovoiate la acțiunea forțelor tăietoare



## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

După apariția fisurilor, **continuitatea** elementului de beton armat **se asigură** prin rețeaua de **armături longitudinale, transversale și prin betonul comprimat**.



**Fisurile sunt perpendiculare** pe direcția eforturilor unitare principale de întindere  $\sigma_1$ ,

→ Teoretic, armăturile ar trebui dispuse după traiectoriile eforturilor unitare principale de întindere  $\sigma_1$ ; tehnologic, acest mod de dispunere nu este practic!

→ armături transversale, bare înclinate și etrieri.

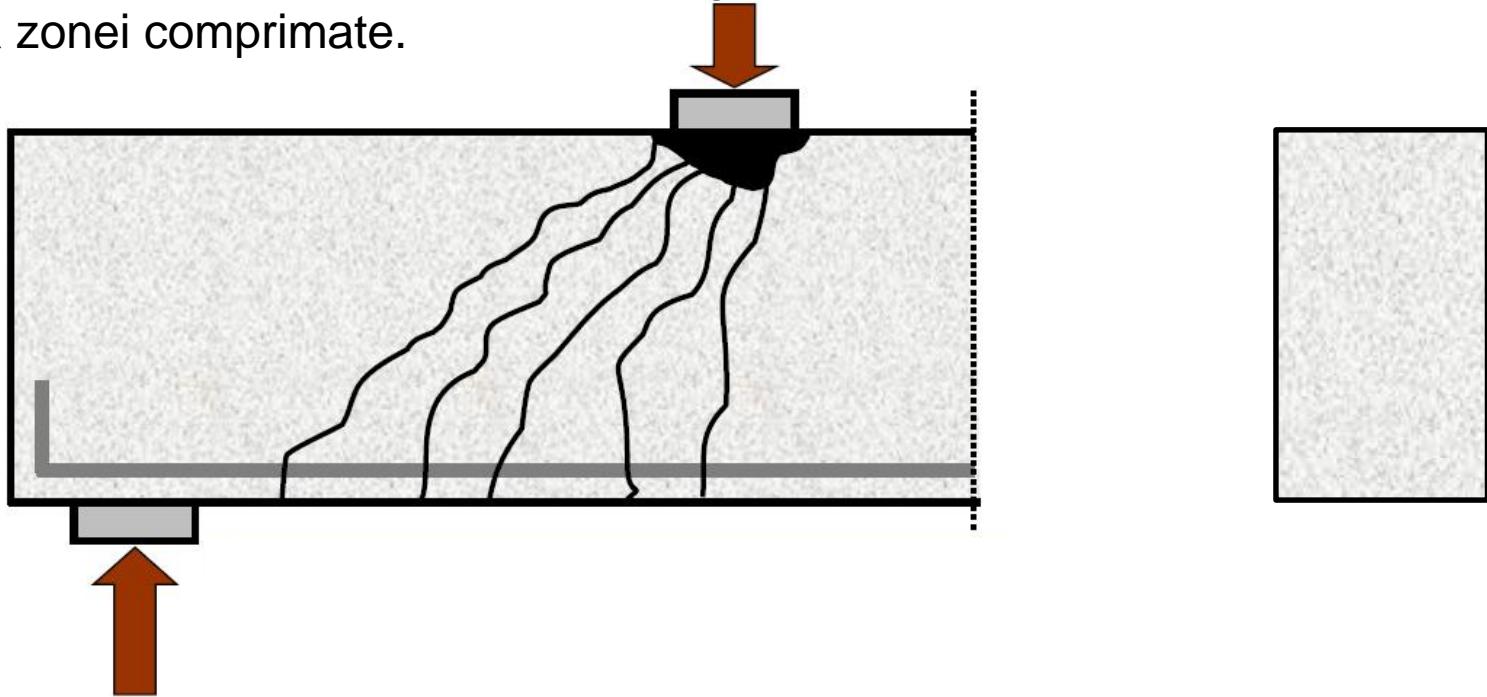
## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Cedarea grinzilor la încovoiere cu forță tăietoare - Modul I.**

(Shear-bending failure)

- **Fisurile înclinate de forfecare intersectează fibra întinsă marginală**  
(la grinzi cu secțiune dreptunghiulară)

→ **Cedarea începe cu zdrobirea betonului comprimat, urmată de deschiderea treptată a fisurilor înclinate** care se propagă spre zona întinsă, până la epuizarea completă a zonei comprimate.



(Dr. Kovács I., DE)

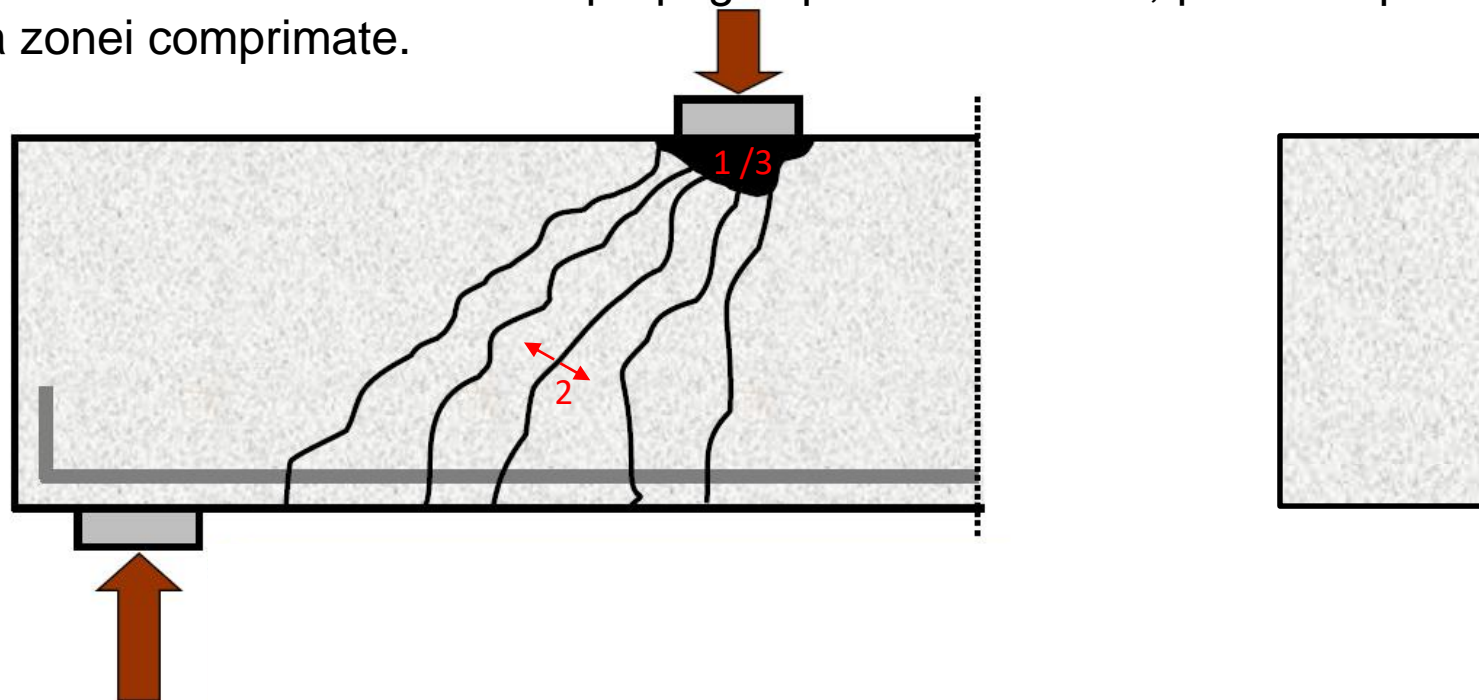
## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Cedarea grinzilor la încovoiere cu forță tăietoare - Modul I.**

(Shear-bending failure)

- **Fisurile înclinate de forfecare intersectează fibra întinsă marginală**  
(la grinzi cu secțiune dreptunghiulară)

→ **Cedarea începe cu zdrobirea betonului comprimat, urmată de deschiderea treptată a fisurilor înclinate** care se propagă spre zona întinsă, până la epuizarea completă a zonei comprimate.



(Dr. Kovács I., DE)

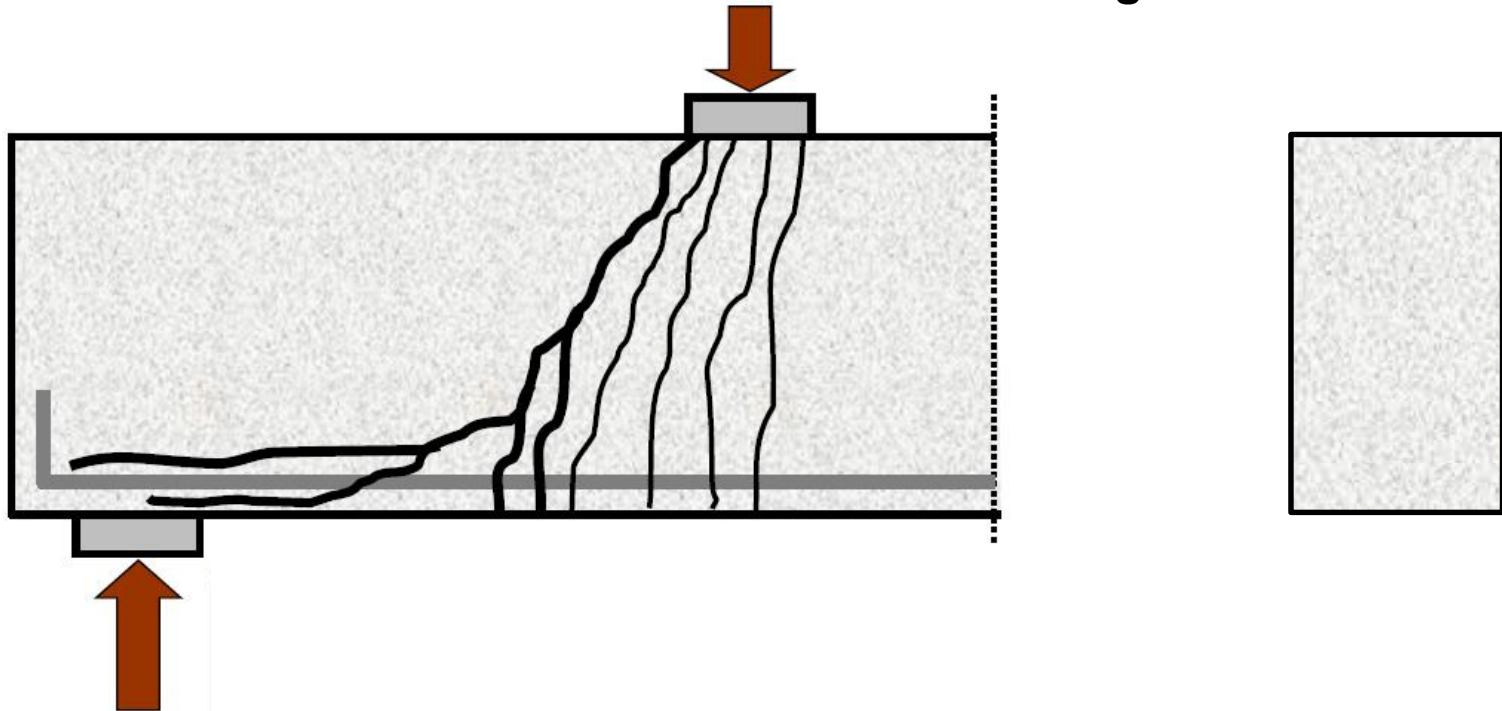
## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Cedarea grinzilor la încovoiere cu forță tăietoare - Modul II.**

(Shear-bending failure)

- Fisurile înclinate de forfecare se dezvoltă paralel cu armăturile întinse

→ Cedarea se produce prin propagarea și deschiderea fisurilor de tăiere, dintre care fisura din zona de cedare este paralelă cu armătura longitudinală.



(Dr. Kovács I., DE)



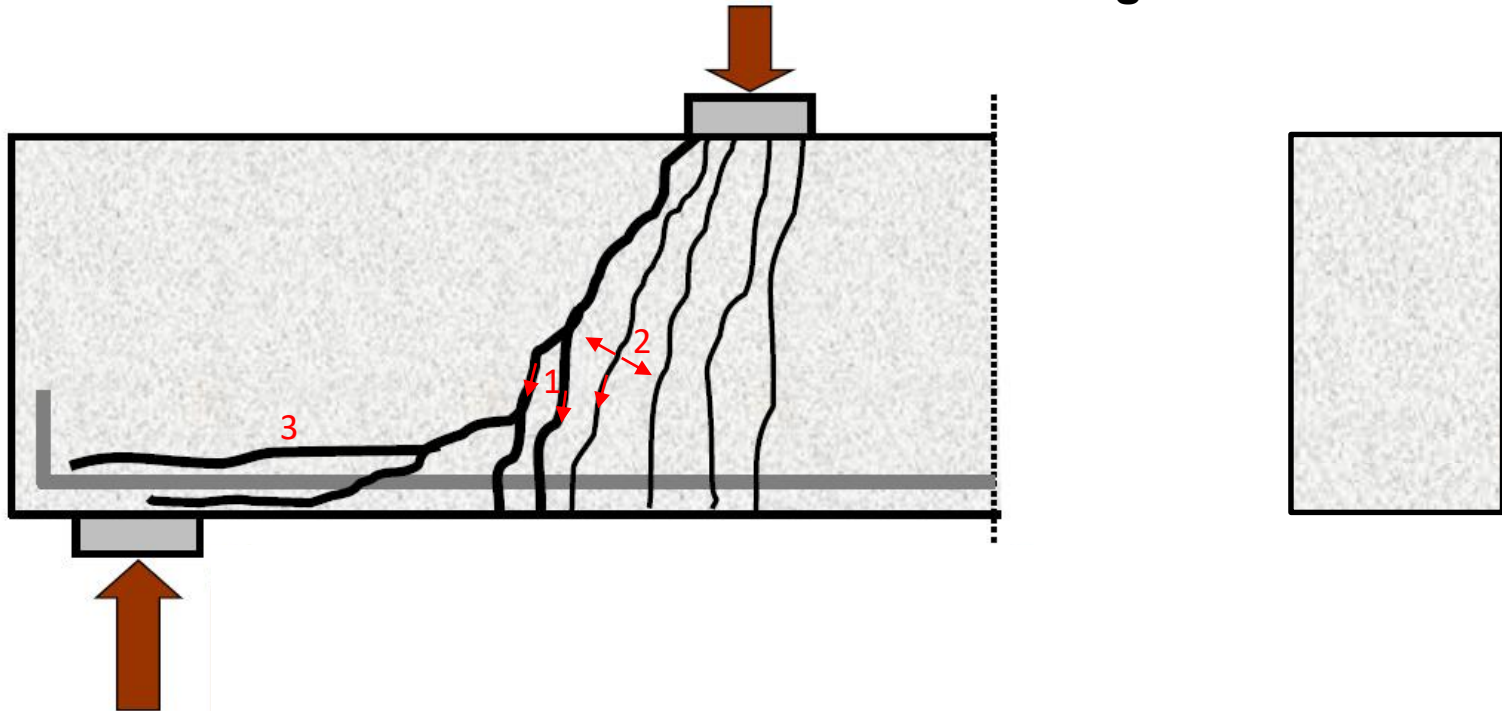
## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Cedarea grinzilor la încovoiere cu forță tăietoare - Modul II.**

(Shear-bending failure)

- Fisurile înclinate de forfecare se dezvoltă paralel cu armăturile întinse

→ Cedarea se produce prin propagarea și deschiderea fisurilor de tăiere, dintre care fisura din zona de cedare este paralelă cu armătura longitudinală.



(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

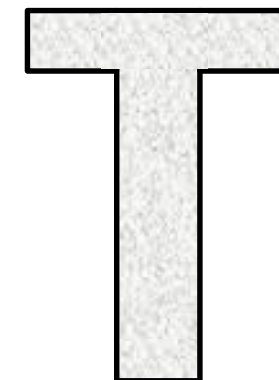
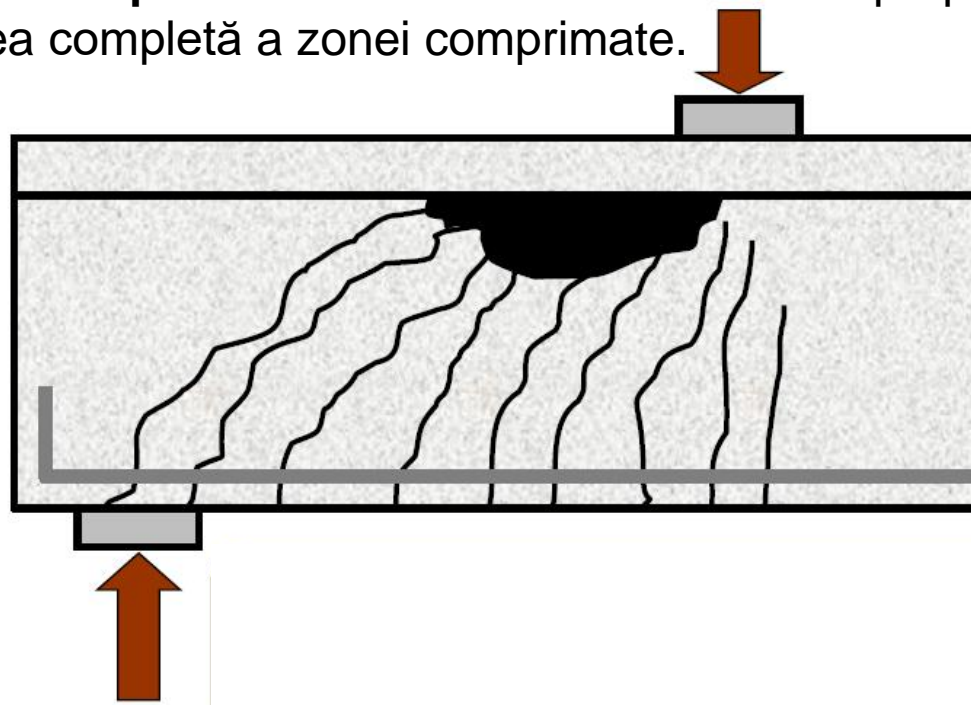
**Cedarea grinzilor la încovoiere cu forță tăietoare - Modul III.**

(Shear-bending failure)

**• Zdrobirea inimii grinzii**

(la grinzi cu secțiune T)

→ **Cedarea începe cu zdrobirea inimii grinzii** comprimate, urmată de **deschiderea treptată a fisurilor înclinate** care se propagă spre zona întinsă, până la epuizarea completă a zonei comprimate.



(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

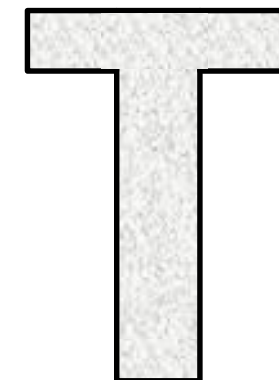
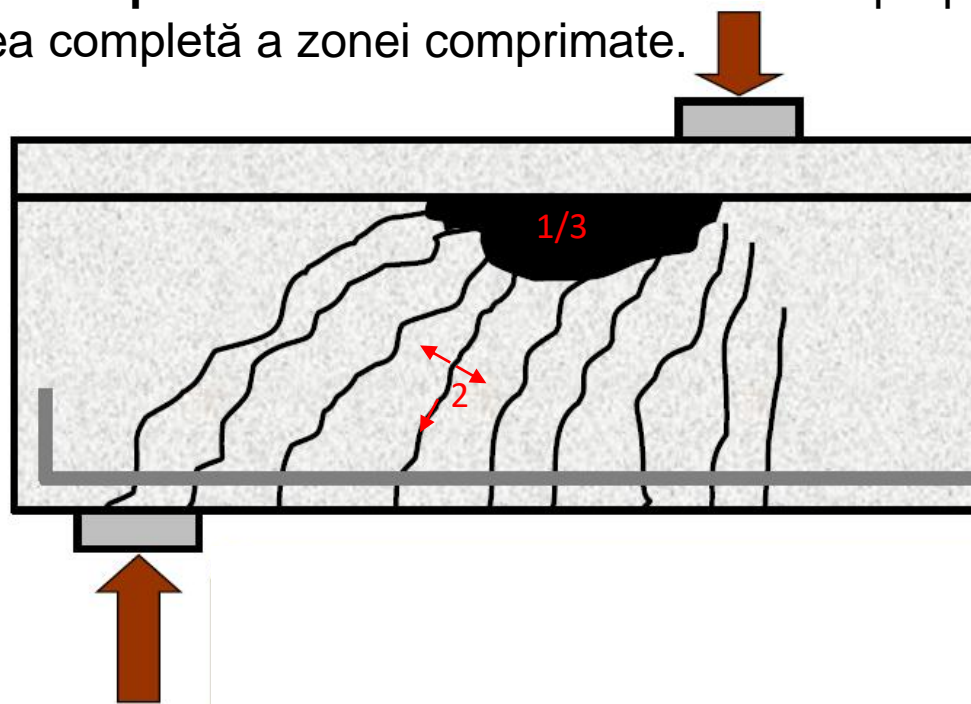
**Cedarea grinzilor la încovoiere cu forță tăietoare - Modul III.**

(Shear-bending failure)

• **Zdrobirea inimii grinzii**

(la grinzi cu secțiune T)

→ **Cedarea începe cu zdrobirea inimii grinzii** comprimate, urmată de **deschiderea treptată a fisurilor înclinate** care se propagă spre zona întinsă, până la epuizarea completă a zonei comprimate.



(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

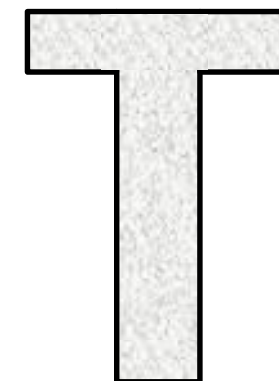
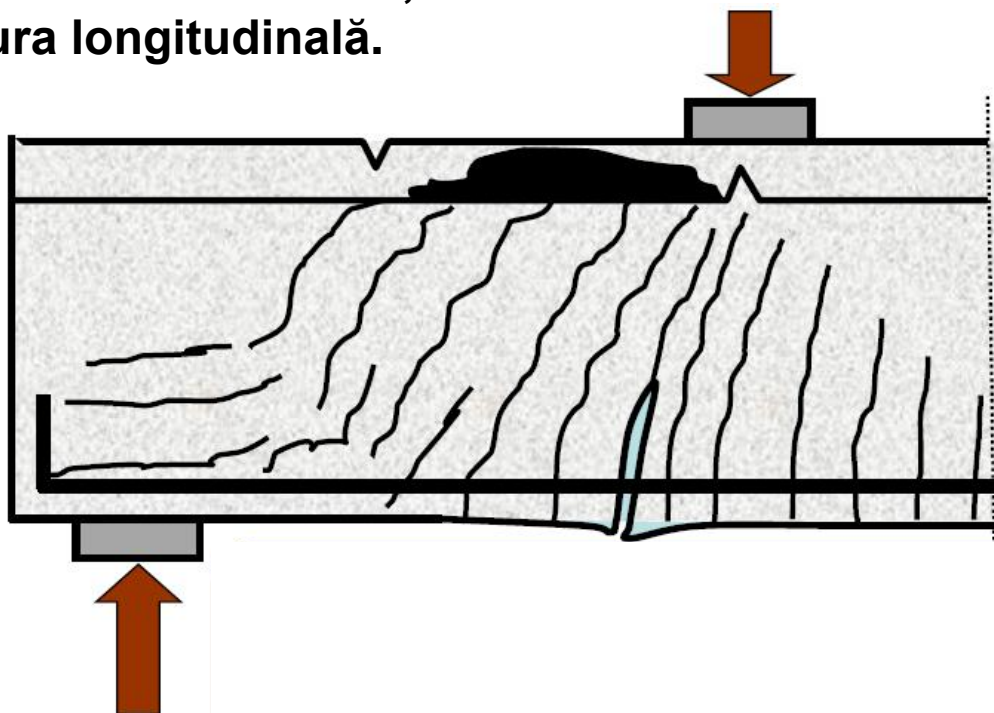
**Cedarea grinzilor la încovoiere cu forță tăietoare - Modul IV.**

(Shear-bending failure)

**• Zdrobirea betonului în talpa (placa) grinzii**

(la grinzi cu secțiune T)

→ Cedarea începe cu **zdrobirea tăpii (plăcii) grinzii**, urmată de **deschiderea treptată a fisurilor înclinate**, dintre care **fisurile** din zona reazemului sunt **paralele** cu armătura longitudinală.



(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

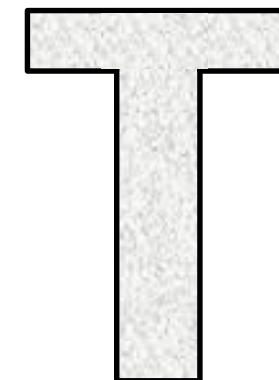
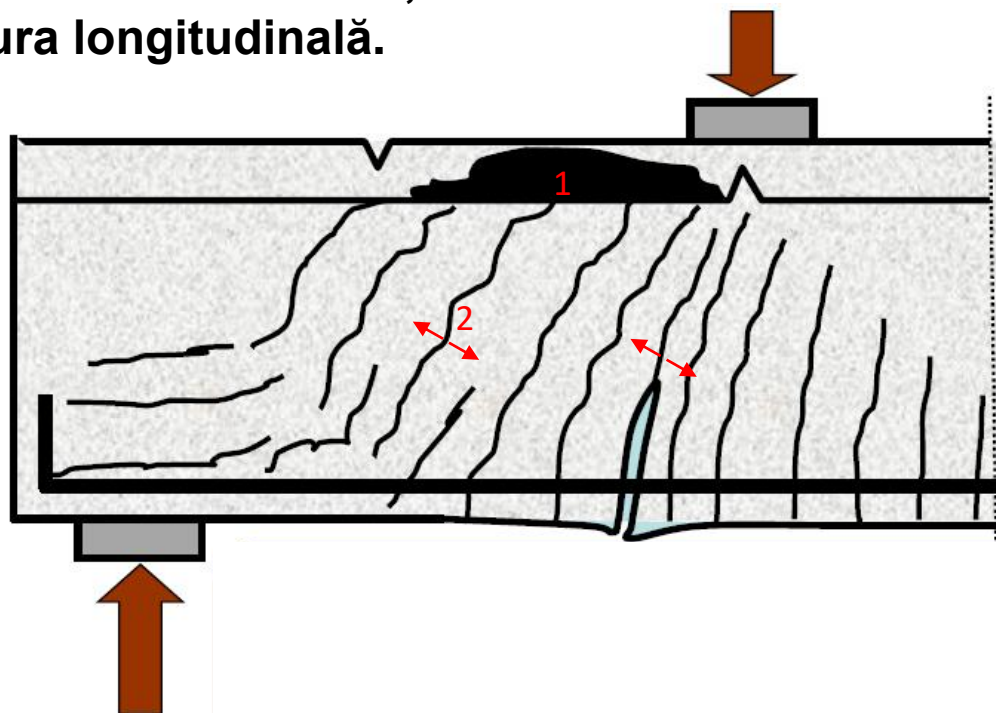
**Cedarea grinzilor la încovoiere cu forță tăietoare - Modul IV.**

(Shear-bending failure)

• **Zdrobirea betonului în talpa (placa) grinzii**

(la grinzi cu secțiune T)

→ **Cedarea începe cu zdrobirea tăpii (plăcii) grinzii**, urmată de **deschiderea treptată a fisurilor înclinate**, dintre care **fisurile** din zona reazemului sunt **paralele cu armătura longitudinală**.



(Dr. Kovács I., DE)

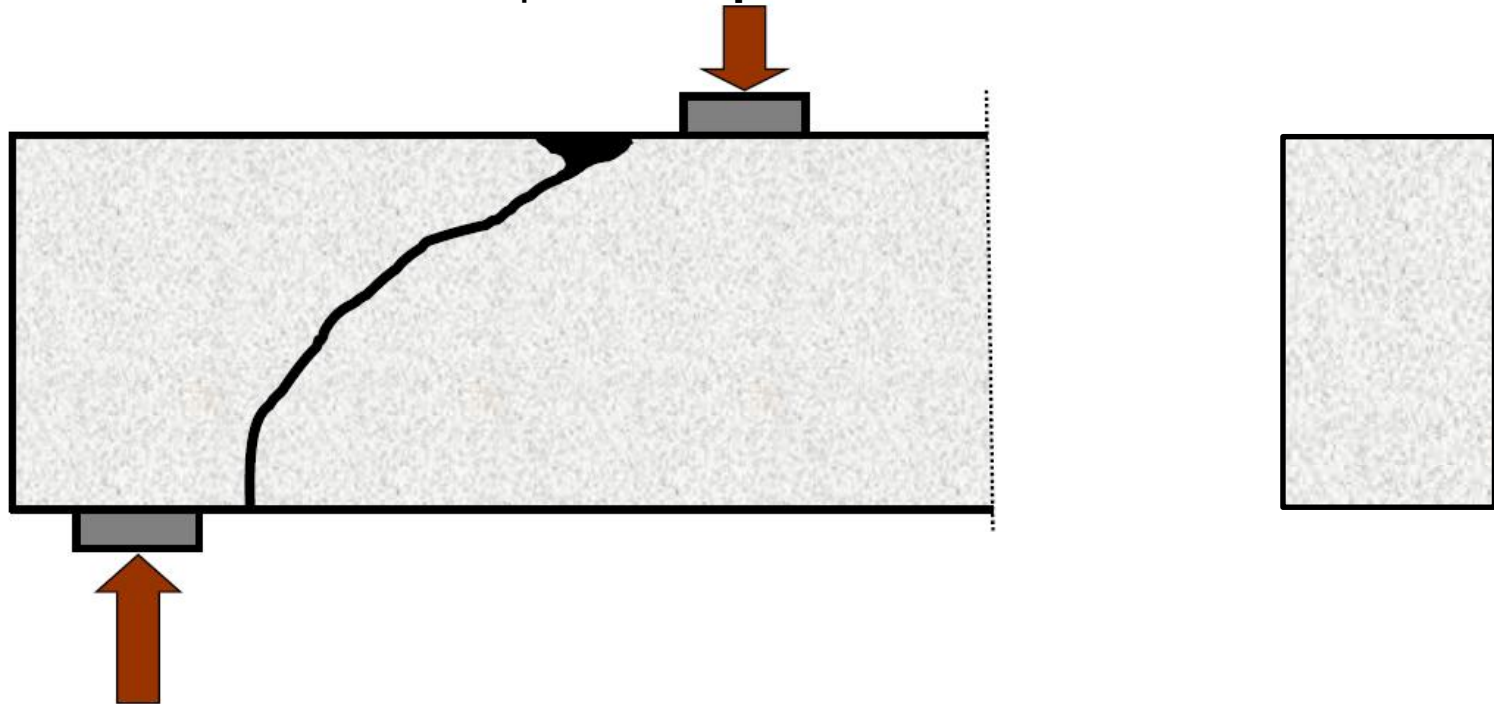
## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Cedarea grinzilor la întindere cu forfecare**

(Shear-tension failure)

→ Caracteristic pentru **elemente slab armate** la forfecare

→ **Cedarea** începe cu **fisurarea inimii grinzii**. **Deschiderea treptată a fisurii** perpendiculară pe eforturile unitare principale de întindere este **urmată de zdrobirea betonului** din zona comprimată, **apoi de cedarea zonei întinse**.

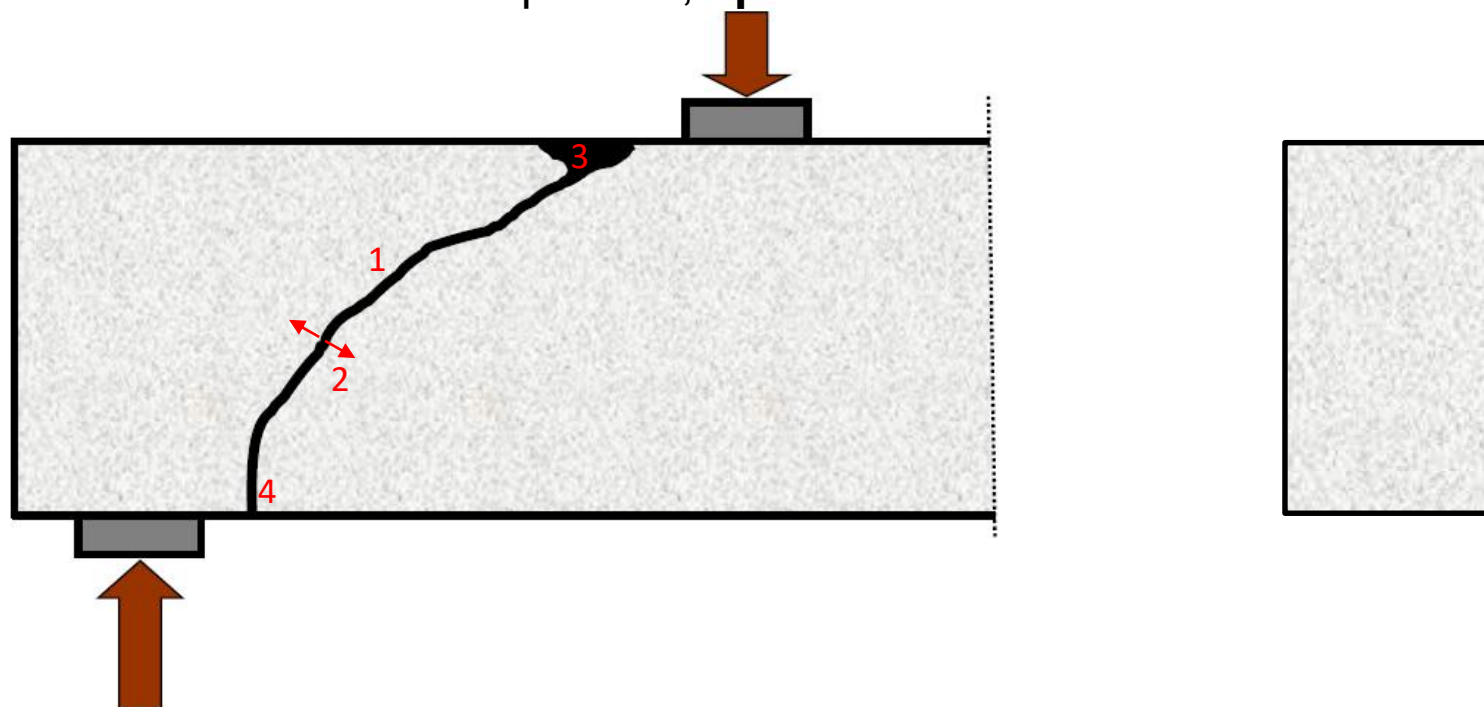


(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Cedarea grinzilor la întindere cu forfecare

(Shear-tension failure)

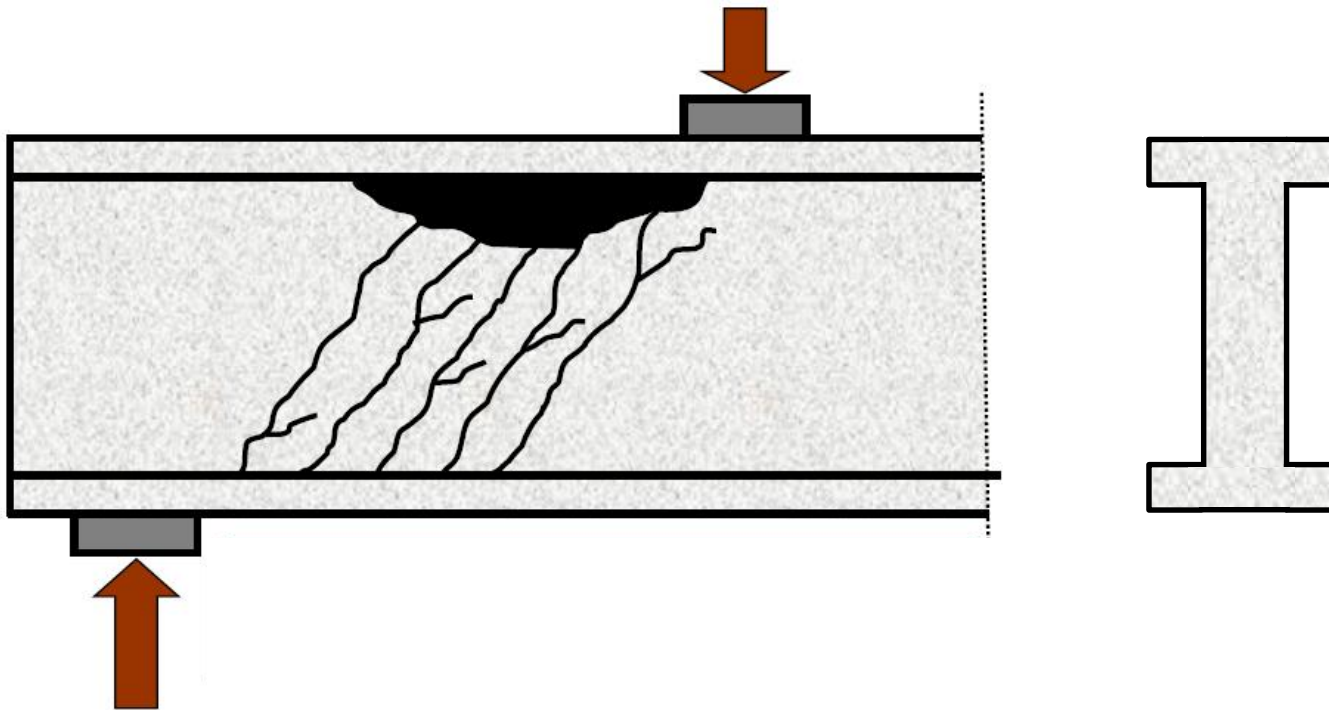
→ Caracteristic pentru **elemente slab armate** la forfecare→ Cedarea începe cu **fisurarea inimii grinzii**. Deschiderea treptată a fisurii perpendiculară pe eforturile unitare principale de întindere este urmată de **zdrobirea betonului** din zona comprimată, **apoi de cedarea zonei întinse**.

(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Cedarea grinzilor la compresiune cu forfecare - Modul I.**

(Shear-compression failure)

→ Caracteristic pentru **elemente puternic armate** la forfecare→ **Cedarea** începe cu **zdrobirea betonului** în direcția eforturilor unitare principale de compresiune, **urmată de zdrobirea betonului** din zona comprimată.

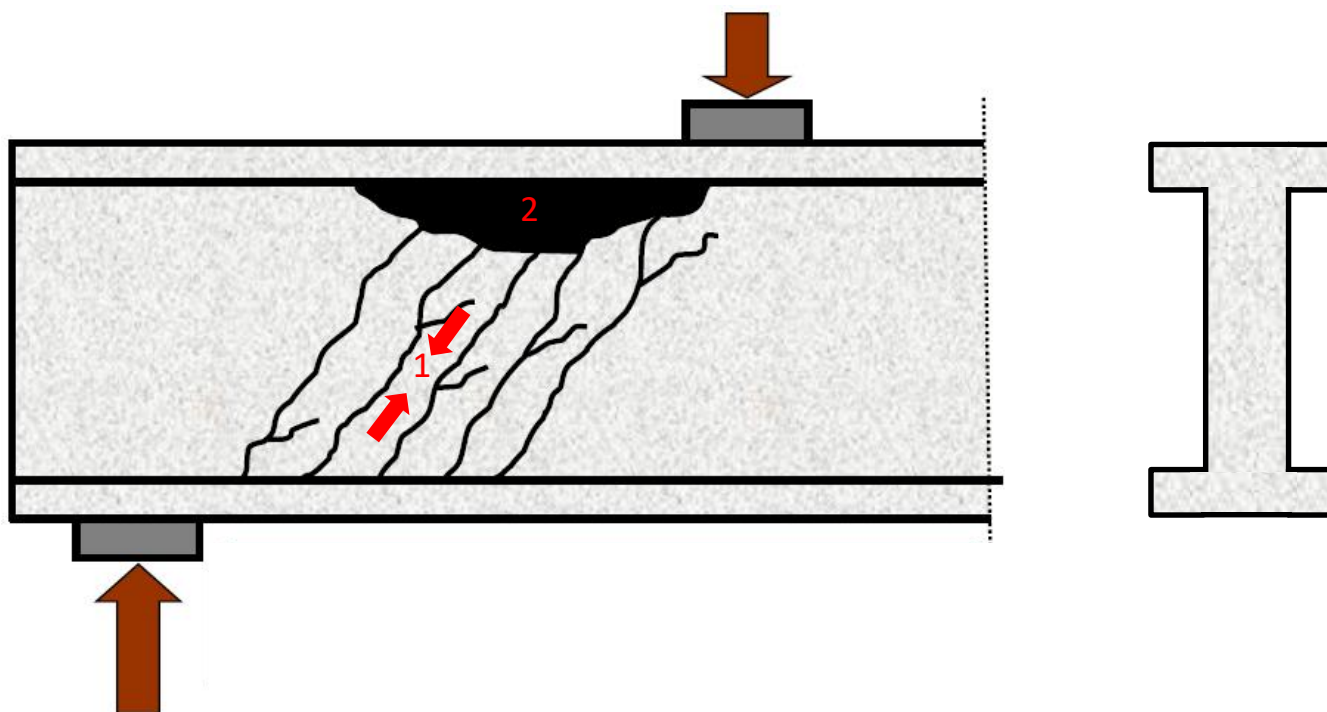
(Dr. Kovács I., DE)



## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Cedarea grinzilor la compresiune cu forfecare - Modul I.**

(Shear-compression failure)

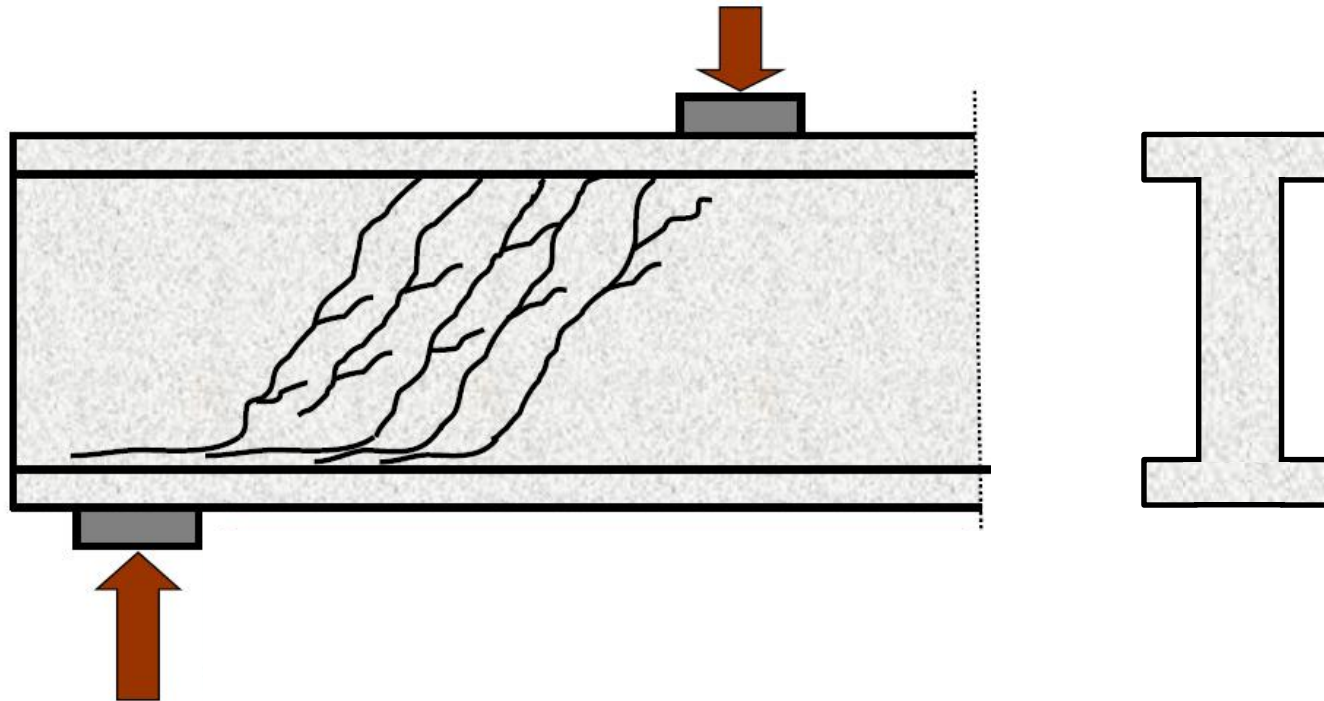
→ Caracteristic pentru **elemente puternic armate** la forfecare→ **Cedarea** începe cu **zdrobirea betonului** în direcția eforturilor unitare principale de compresiune, **urmată de zdrobirea betonului** din zona comprimată.

(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Cedarea grinzilor la compresiune cu forfecare - Modul II.**

(Shear-compression failure)

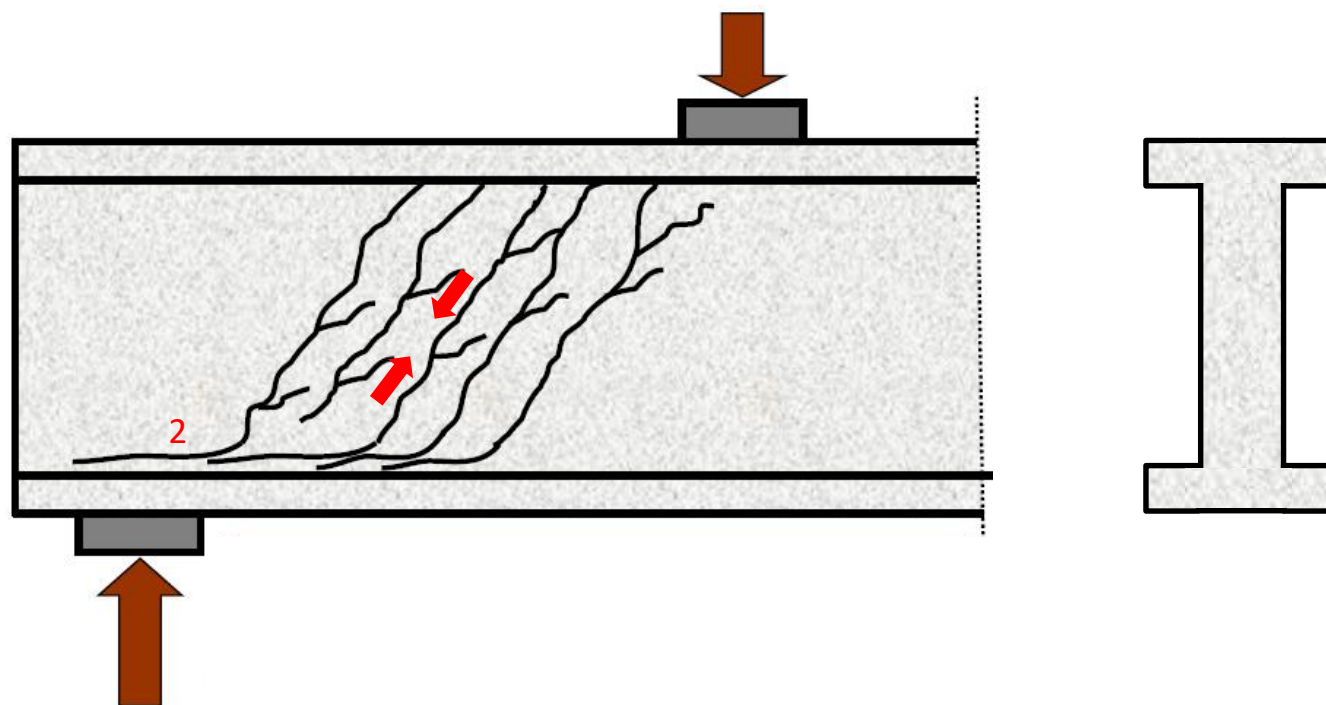
→ Caracteristic pentru **elemente puternic armate** la forfecare→ **Cedarea** începe cu **zdrobirea betonului** în direcția eforturilor unitare principale de compresiune, **urmată de cedarea zonei întinse.**

(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Cedarea grinzilor la compresiune cu forfecare - Modul II.**

(Shear-compression failure)

→ Caracteristic pentru **elemente puternic armate** la forfecare→ **Cedarea** începe cu **zdrobirea betonului** în direcția eforturilor unitare principale de compresiune, **urmată de cedarea zonei întinse.**

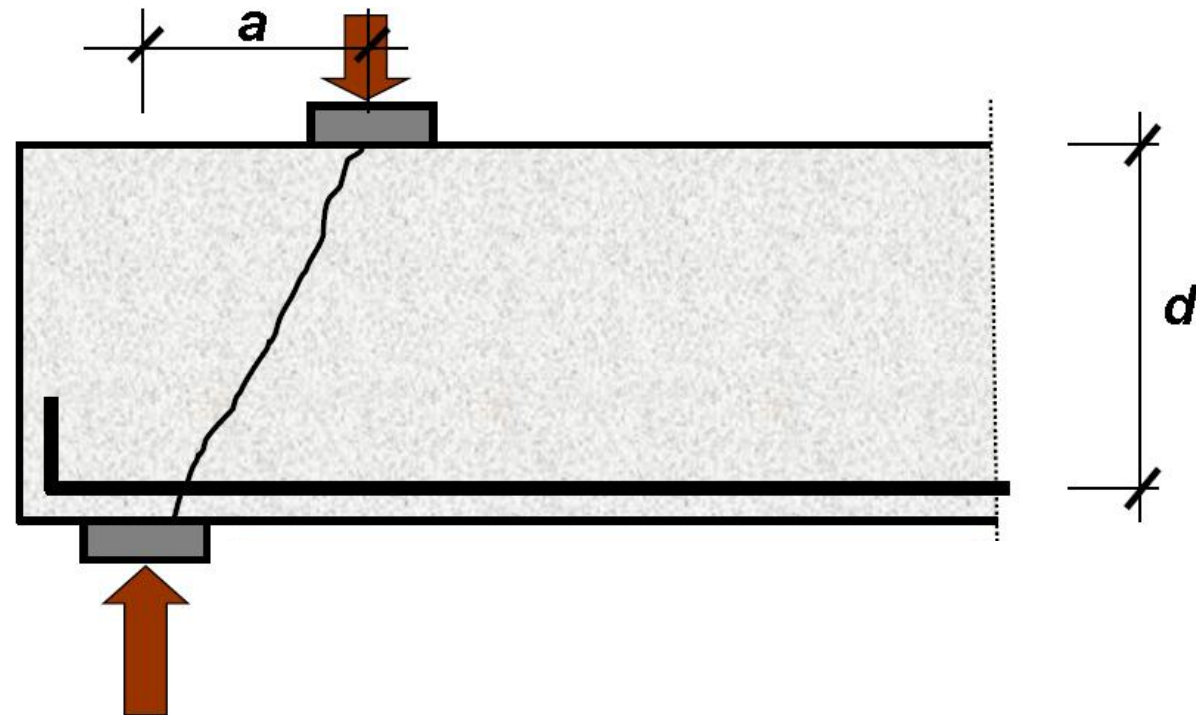
(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Cedarea prin despicare a zonei de reazem

(Splitting failure of the end-block)

→ Cedarea prin despicare a zonei de reazem apare datorită efectului forței concentrate (cu o valoare apropiată reacțiunii) din zona reazemului în cazul valorii  $a < d$



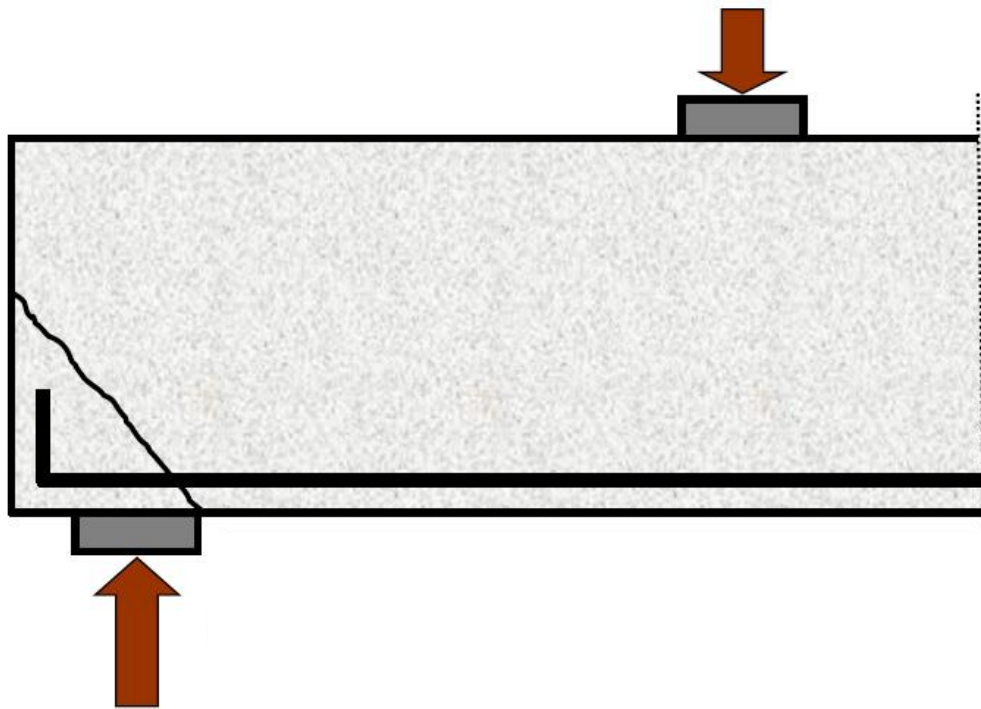
(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Cedarea prin forfecare a zonei de reazem**

(Shear failure of the end-block)

→ Cedarea prin forfecare a zonei de reazem apare datorită lungimii insuficiente a reazemului

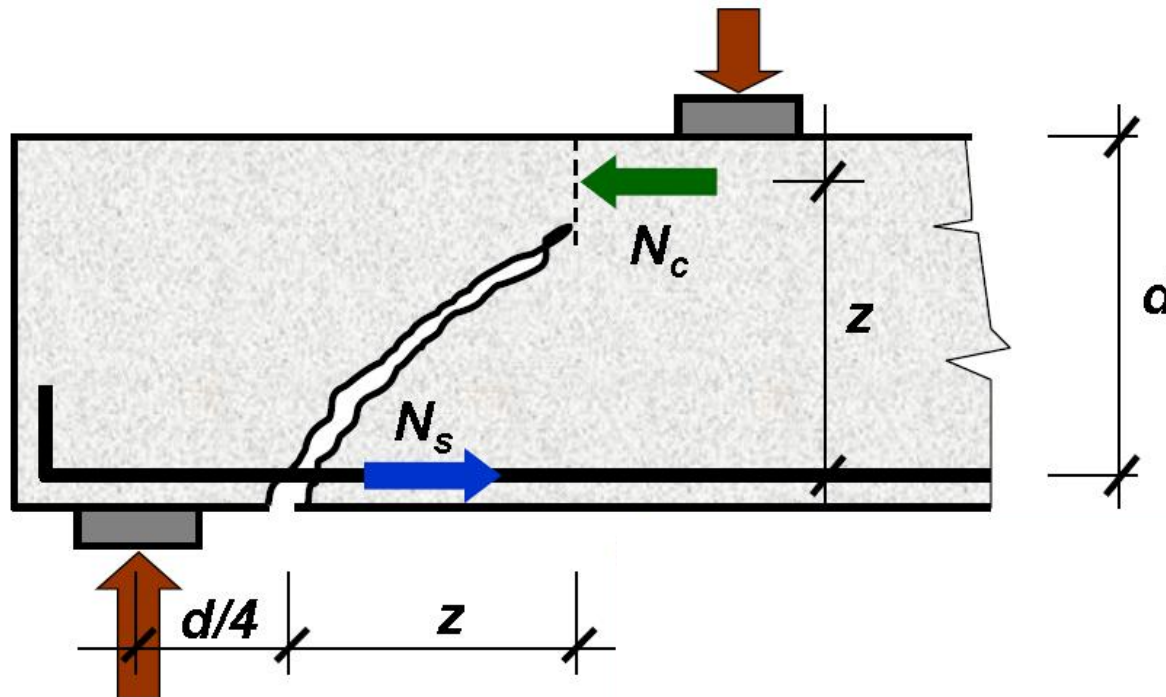
*(Dr. Kovács I., DE)*

## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

**Cedarea zonei de reazem datorită smulgerii barei**

(End-block failure due to pull-out of steel bars)

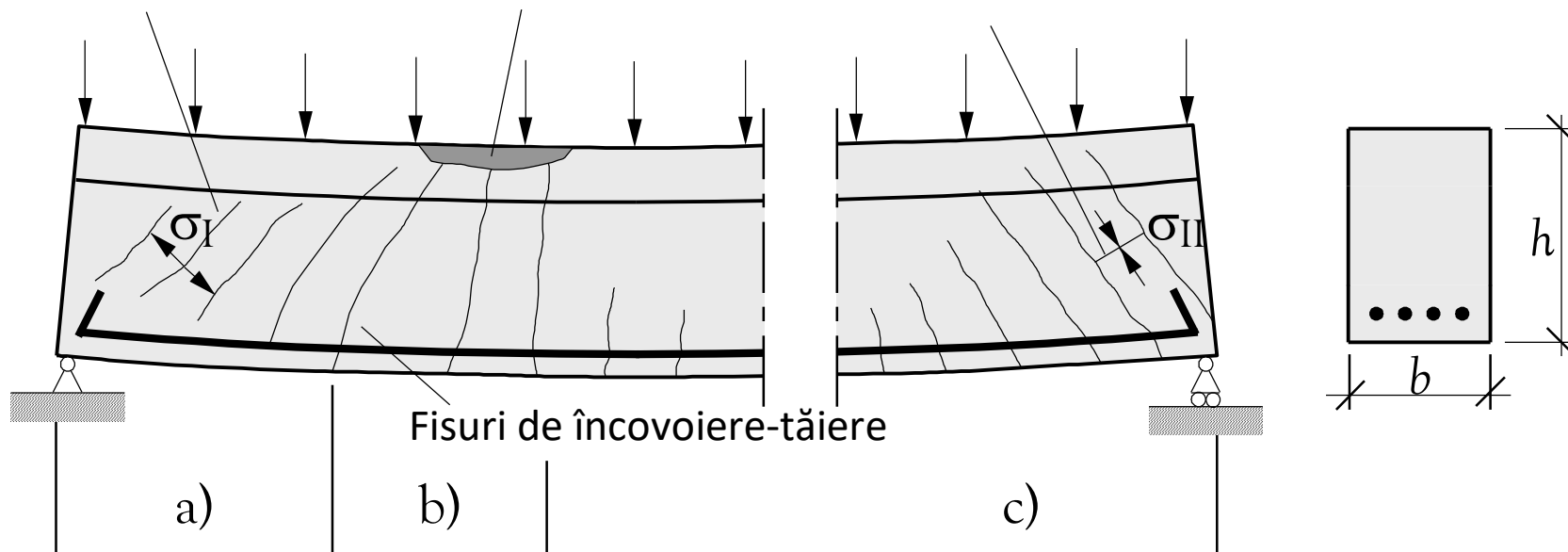
→ **Cedarea zonei de reazem datorită smulgerii barei întinse** poate să apară atunci când lungimea de ancoraj nu este suficientă pentru forța care apare în prima fisură înclinată la distanța de  $d/4$  de la reazem.



(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Moduri de cedare – o altă perspectivă

Fisuri din eforturi  
unitare de întindereCedere din  
compresiune în placăCedere la compresiune  
a inimii

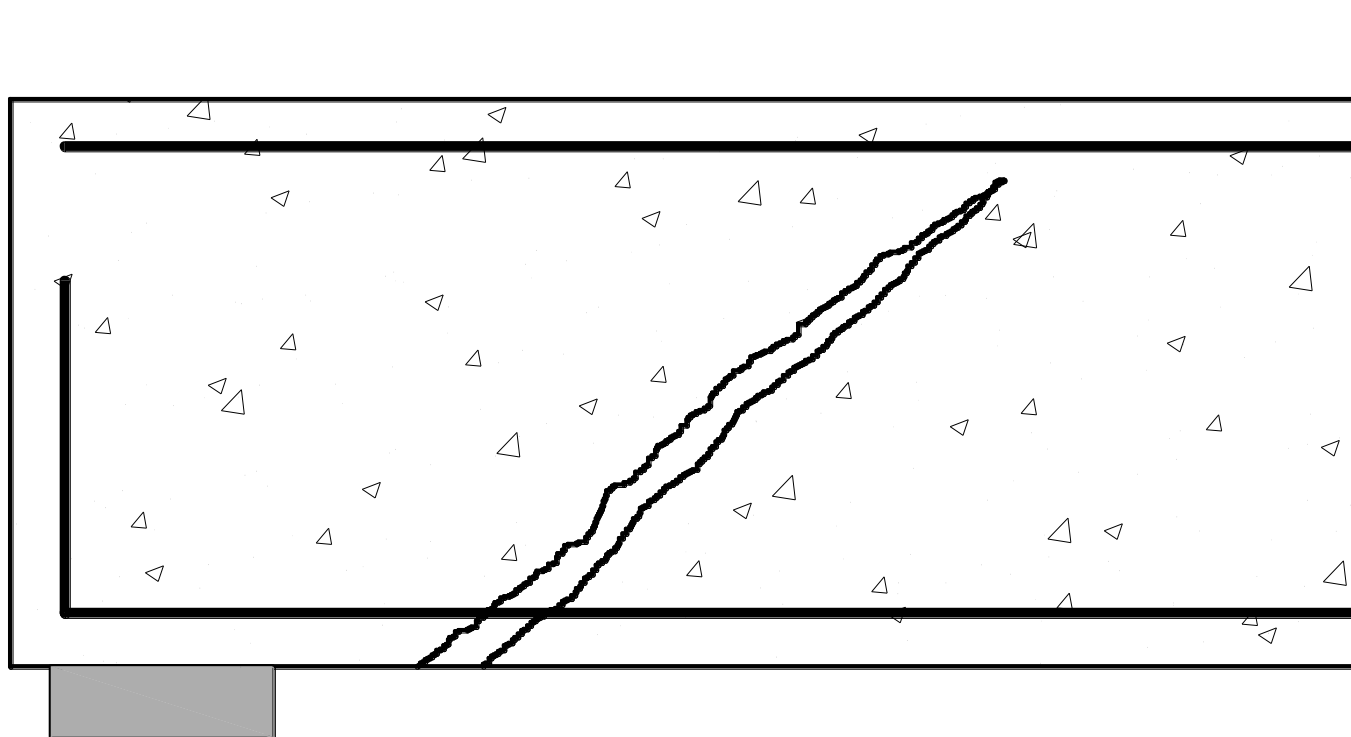
**a) Cedarea prin forfecarea inimii** – eforturile unitare principale de întindere depășesc rezistența la întindere al secțiunii (corespunzătoare  $V_{Rd,s}$ )

**b) Cedarea prin încovoiere-forfecare** – fisurile de încovoiere care se propagă până în zona comprimată, unde în final apare zdrobirea betonului comprimat

**c) Cedarea inimii la compresiune** – eforturile de compresiune depășesc capacitatea la compresiune a betonului (corespunzătoare  $V_{Rd,max}$ )

## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

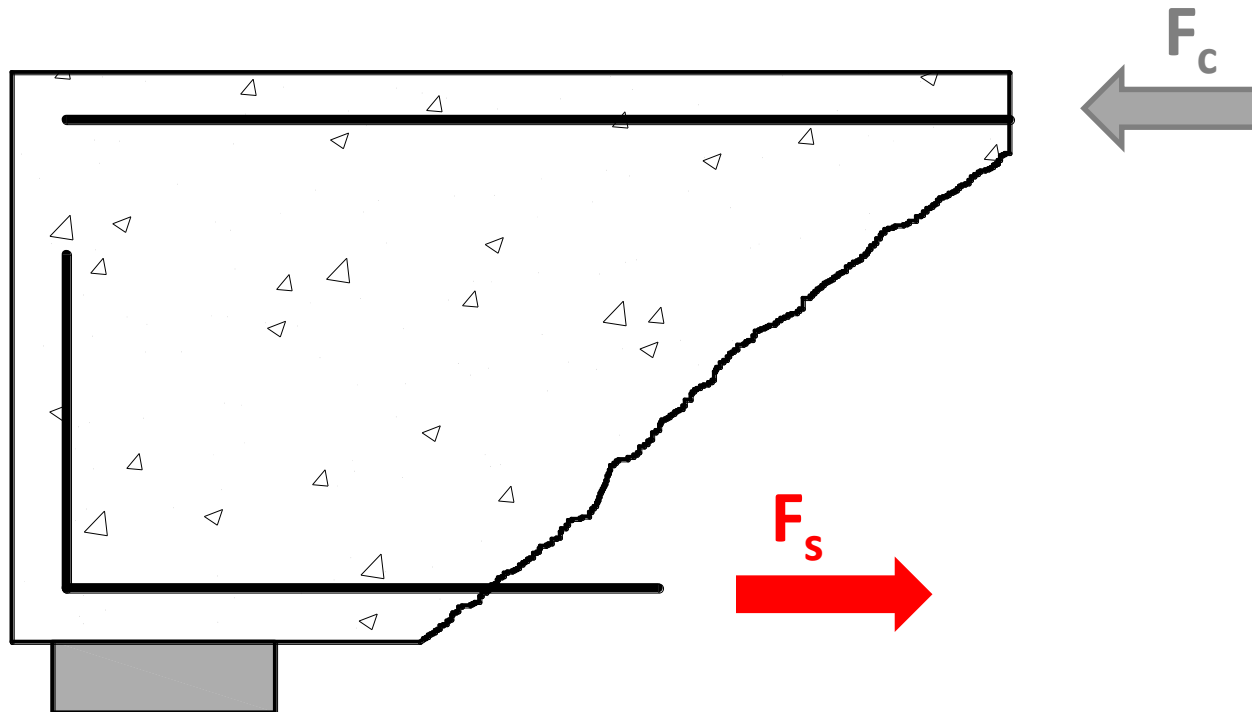
## Echilibrul în secțiuni înclinate





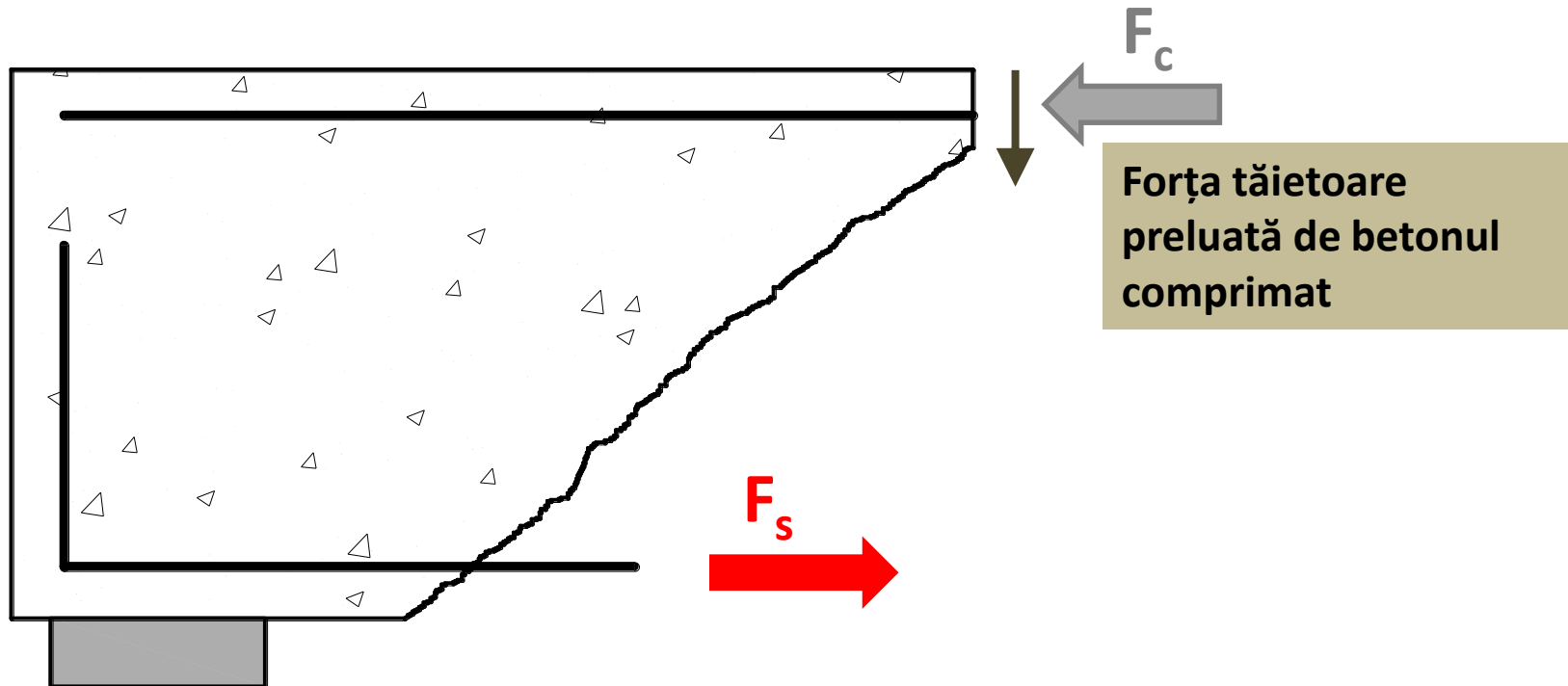
## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Echilibrul în secțiuni înclinate



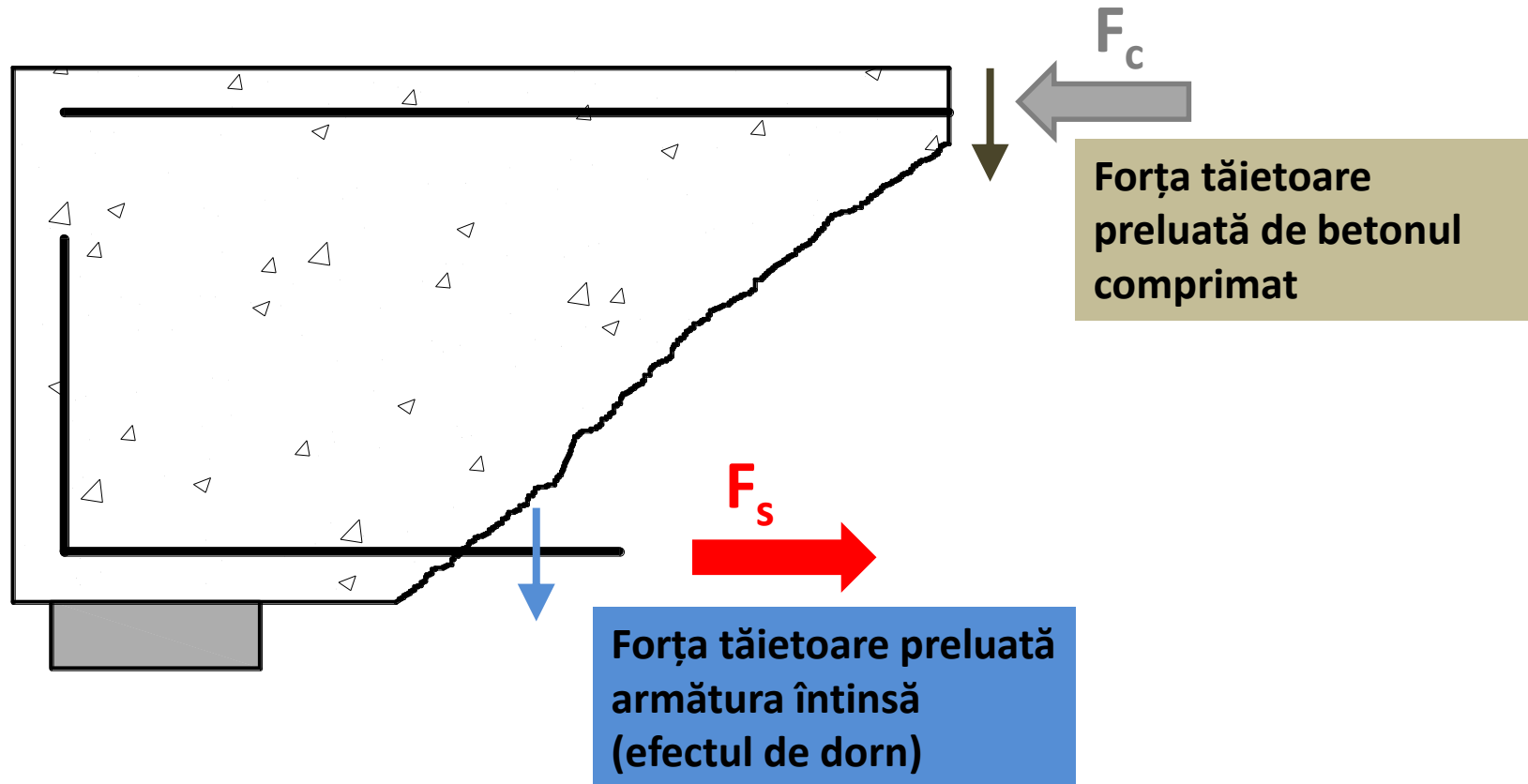
## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Echilibrul în secțiuni înclinate



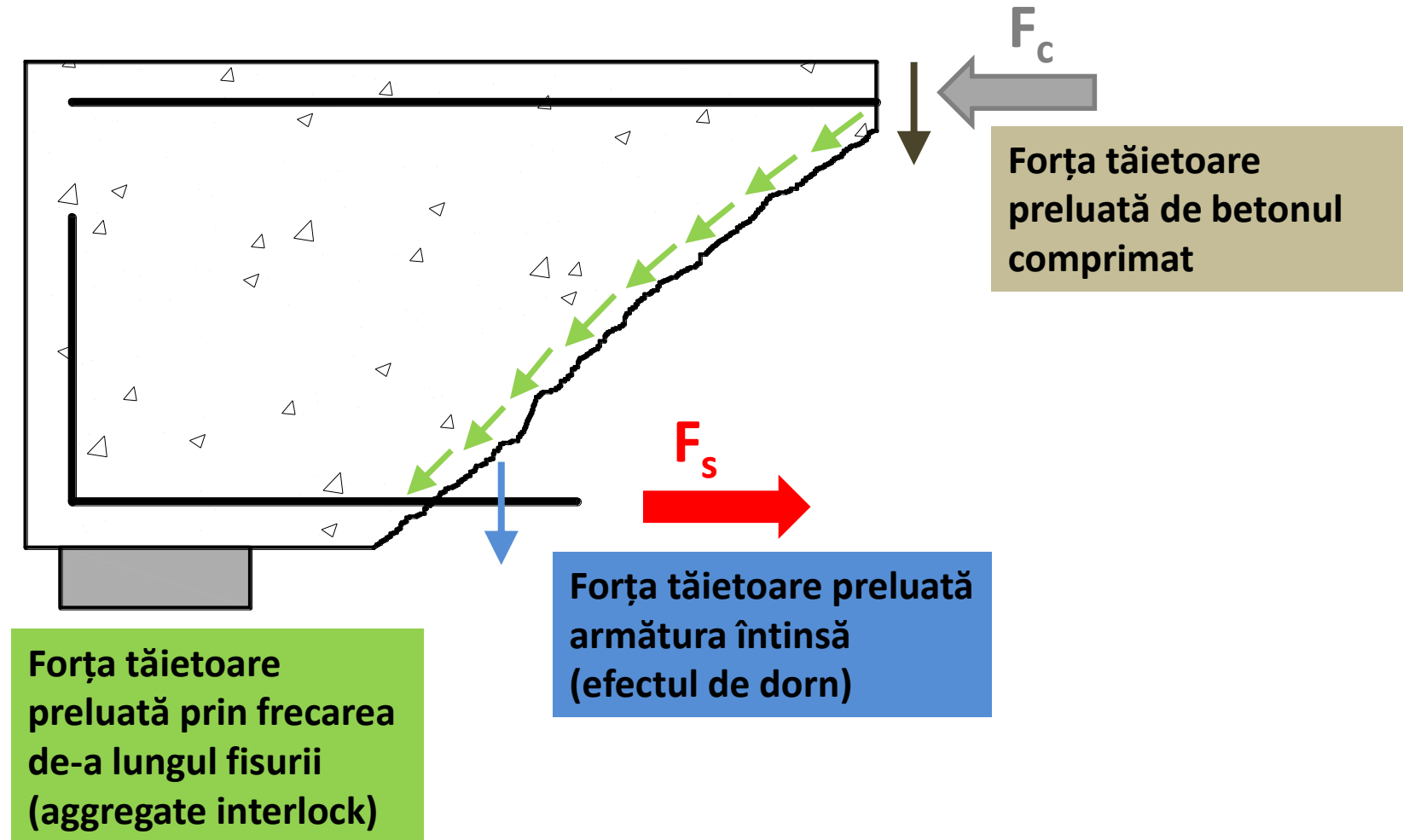
## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Echilibrul în secțiuni înclinate



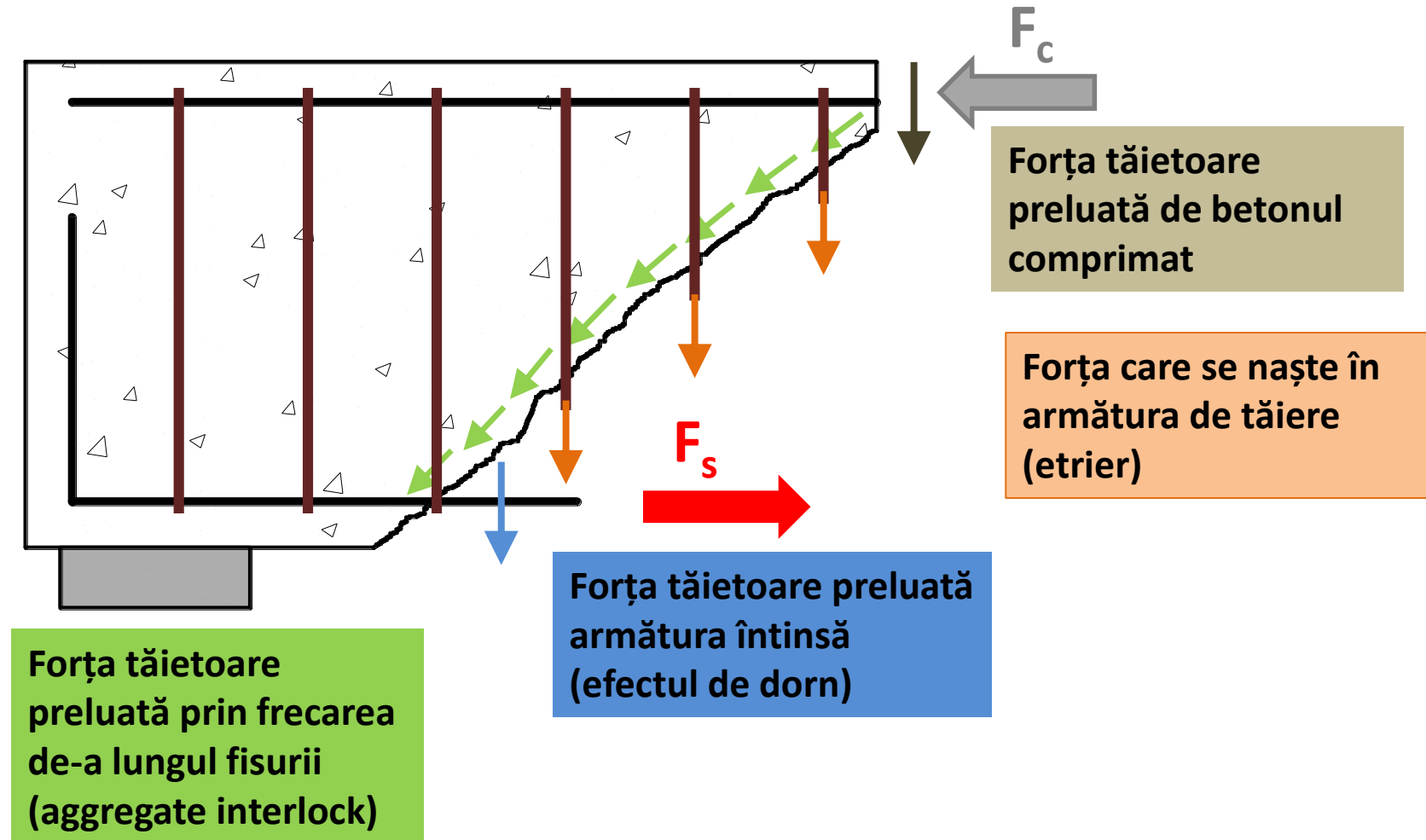
## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Echilibrul în secțiuni înclinate



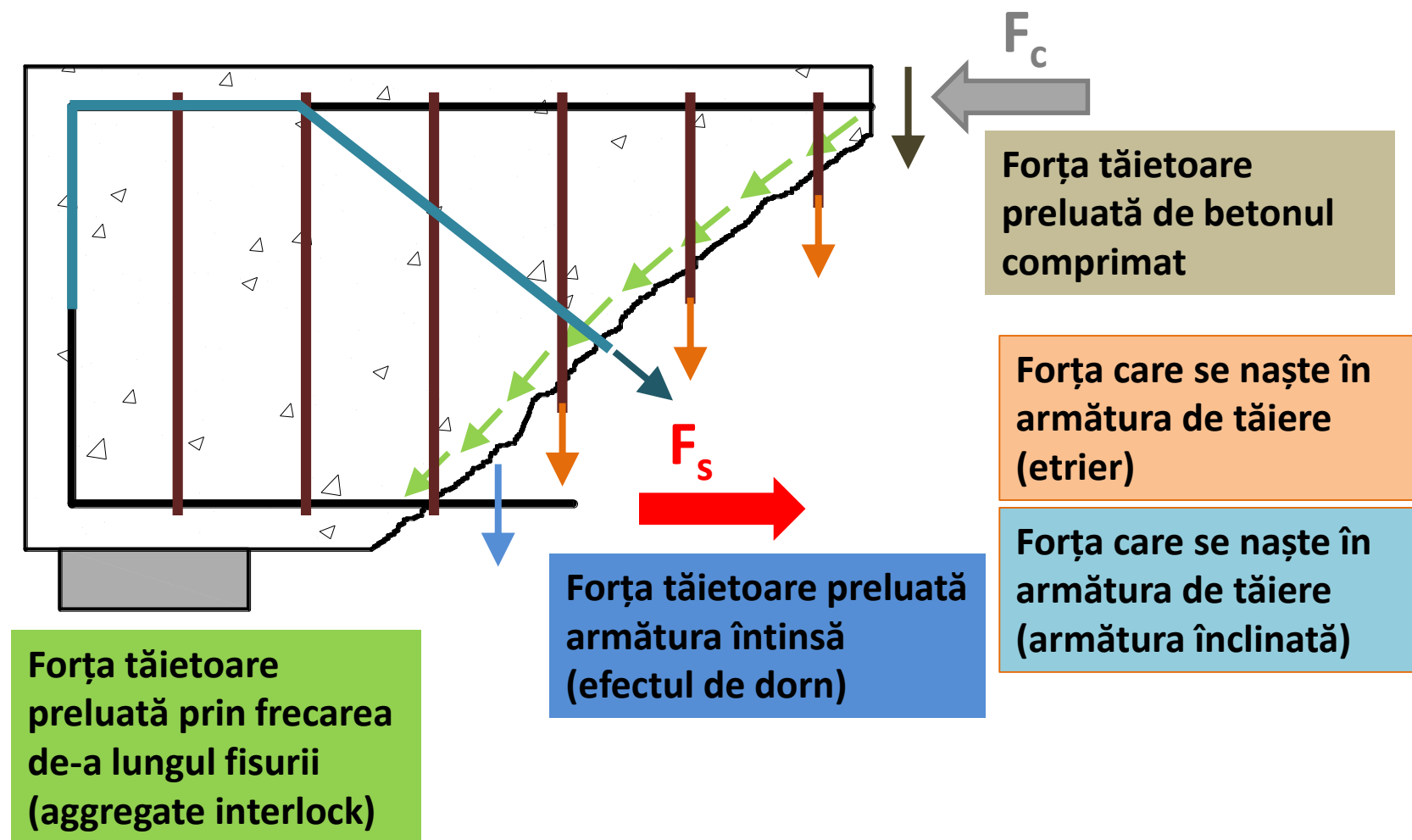
## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Echilibrul în secțiuni înclinate

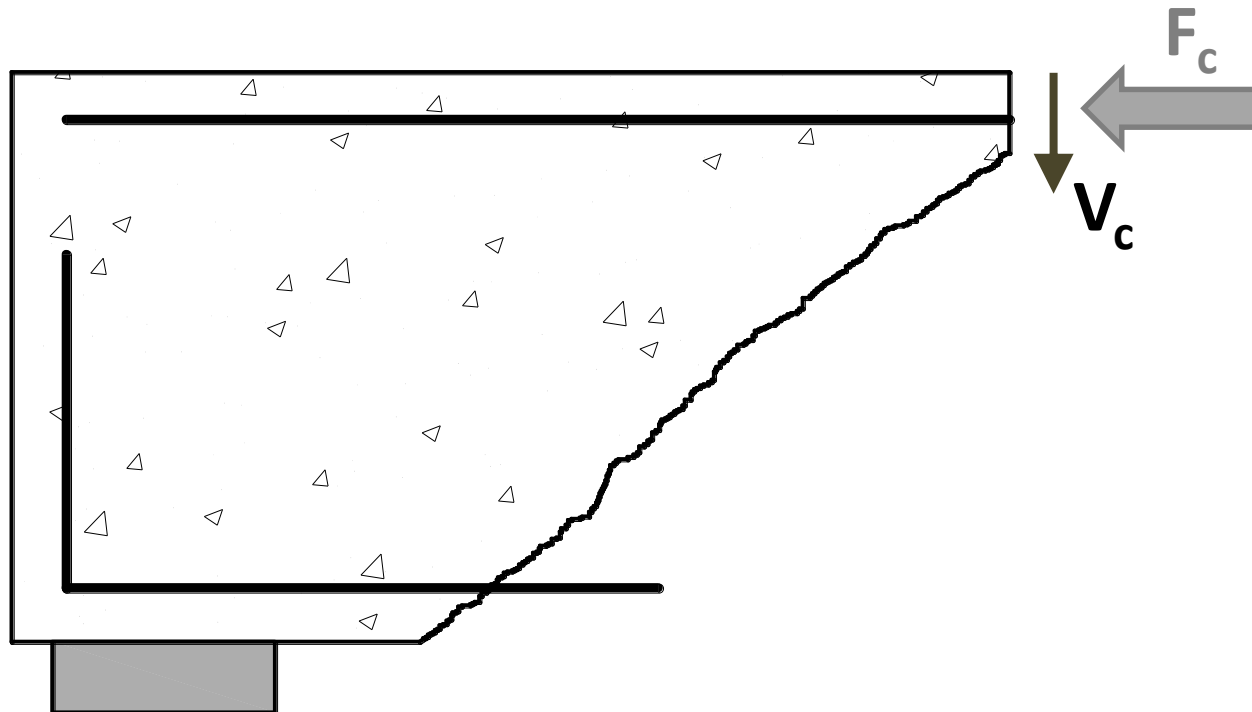


## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Echilibrul în secțiuni înclinate



## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

Forța tăietoare preluată de betonul comprimat -  $V_c$ 

## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

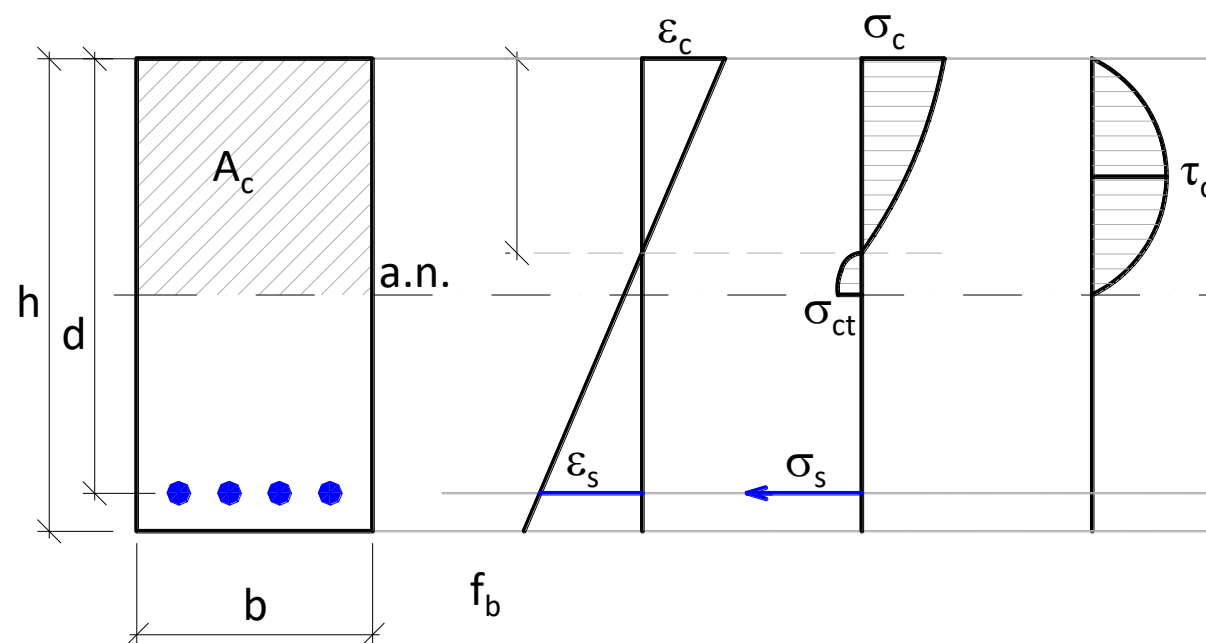
Forța tăietoare preluată de betonul comprimat -  $V_c$ 

$$V_c = \int_{A_c} \tau_c (\sigma_c) dA$$

Se poate determina, de ex:

$$1) V_c \approx (0.1 \div 0.2) F_c$$

$$2) V_c = 0.5 b d f_{ct}$$

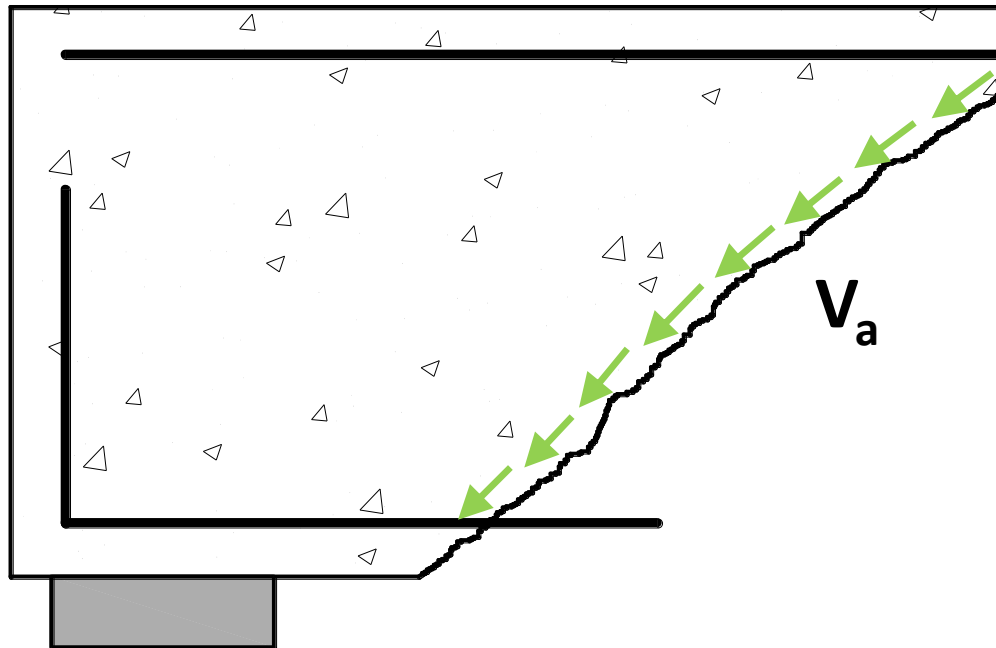




## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Forța tăietoare preluată prin frecarea de-a lungul fisurii - $V_a$ (aggregate interlock)

- Particulele agregatului exercită o rezistență la deplasare, datorită rugozității suprafețelor
- Deplasarea celor două părți este împiedicată de armături

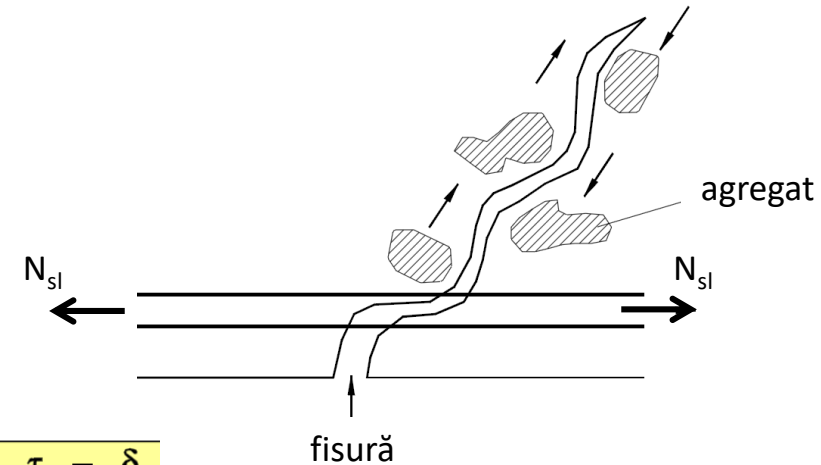


## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

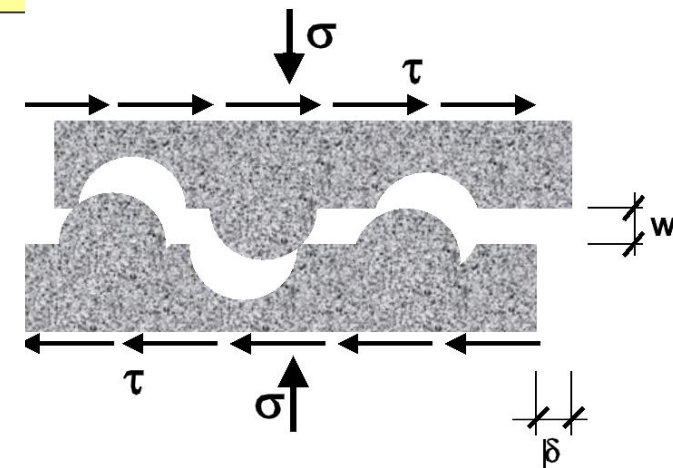
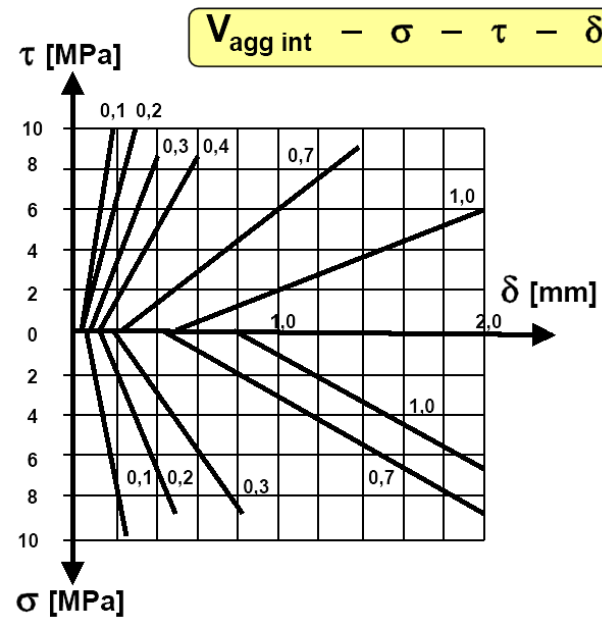
## Forța tăietoare preluată prin frecarea de-a lungul fisurii - $V_a$ (aggregate interlock)

Se poate determina, de ex:

$$1) V_{agg\ int} = 40A_{sl} \left( 1 - \frac{N_{sl}}{A_{sl} \cdot f_{sld}} \right)$$



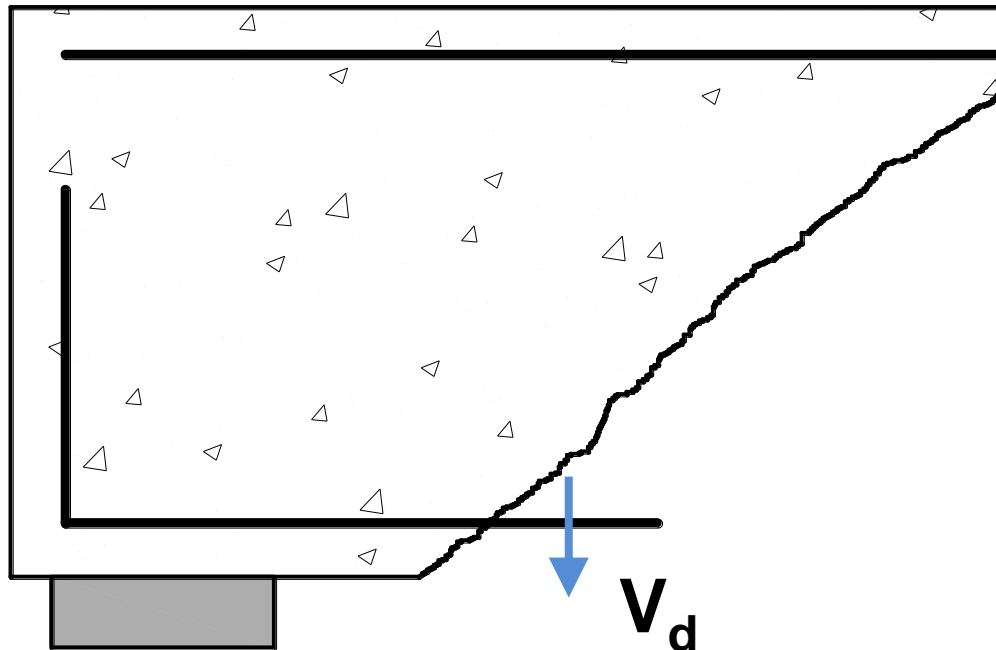
$$2) V_{agg\ int} = 1.25 \frac{\delta}{w} bd$$



(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

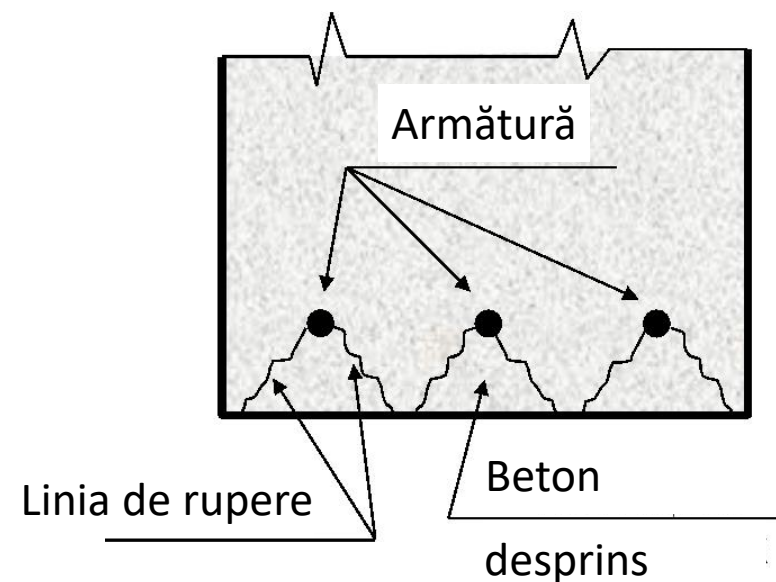
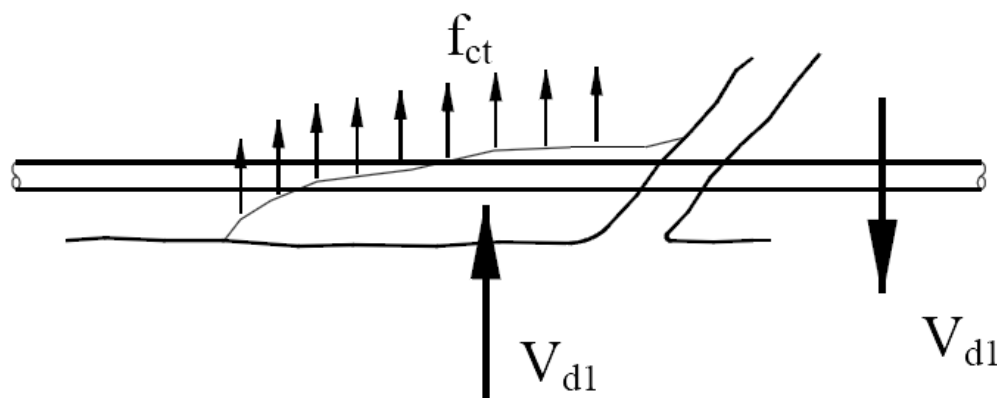
Forța tăietoare preluată armătura întinsă (efectul de dorn) -  $V_d$



## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

Forța tăietoare preluată armătura întinsă (efectul de dorn) -  $V_d$ 

1) Cedarea se produce prin **desprinderea conică a acoperirii de beton, fără deformații** semnificative ale **armăturilor** longitudinale

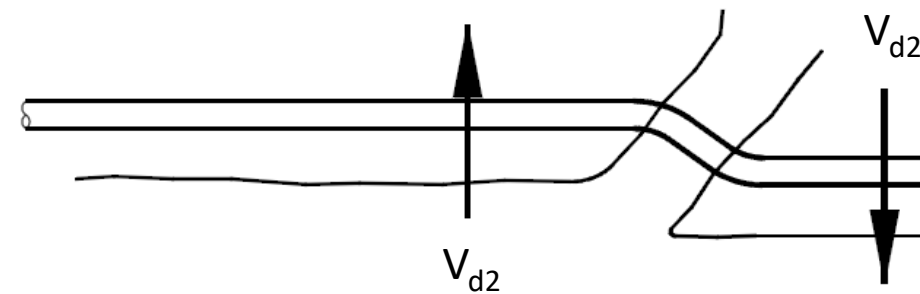


(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

Forța tăietoare preluată armătura întinsă (efectul de dorn) -  $V_d$ 

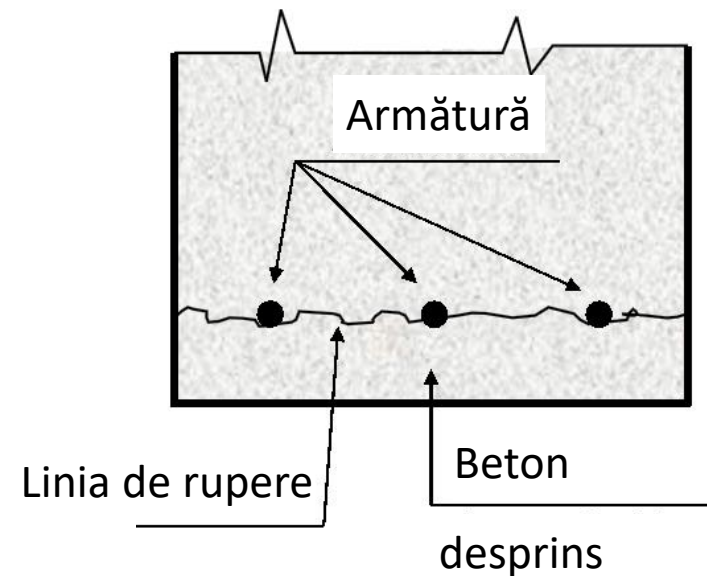
2) Cedarea se produce prin **desprinderea uniformă a acoperirii de beton, cu deformații semnificative ale armăturilor longitudinale**



Se poate determina, de ex:

$$V_d = 4\phi^{2/3} b_{ef} f_{ct}$$

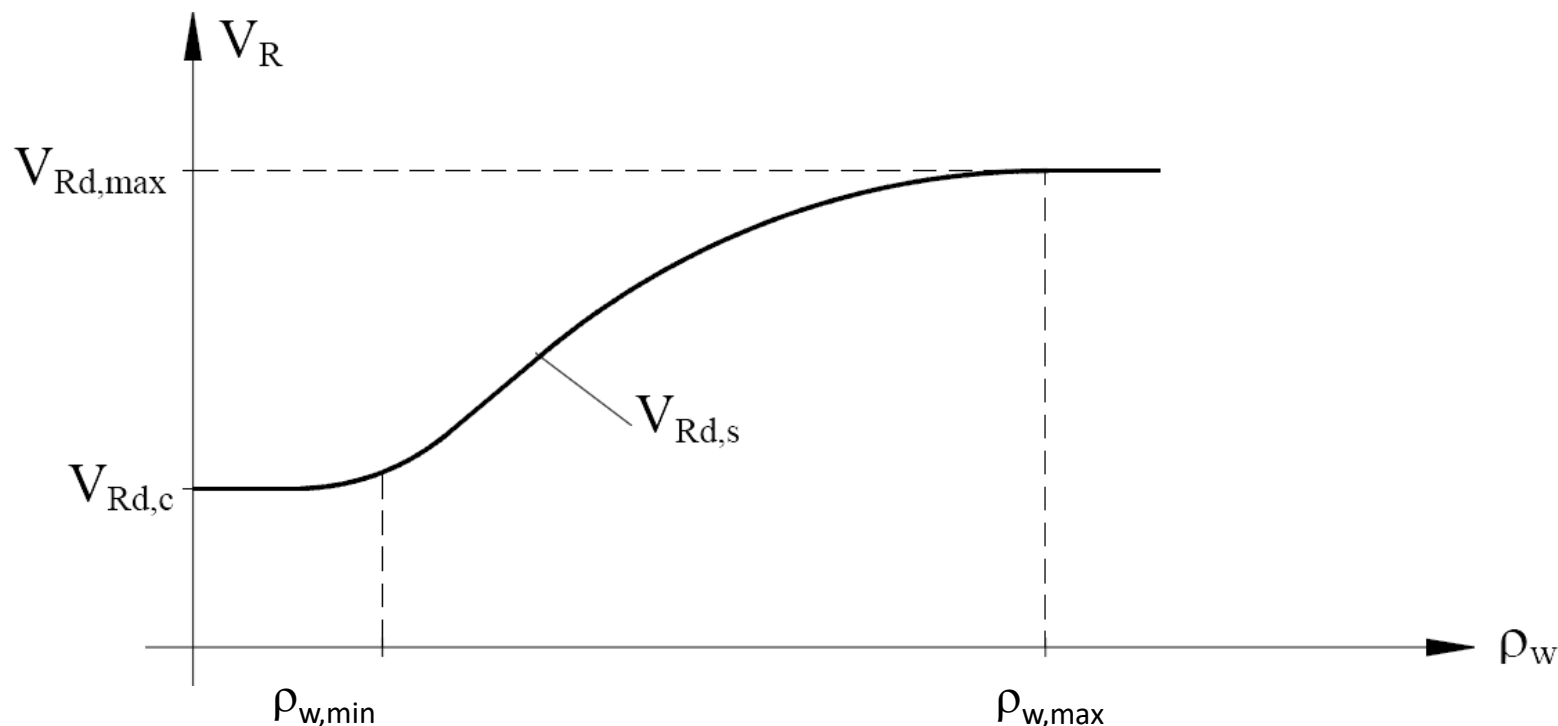
$$b_{ef} = b - n\phi$$



(Dr. Kovács I., DE)

## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Capacitatea la forță tăietoare în funcție de cantitatea armăturilor de forfecare



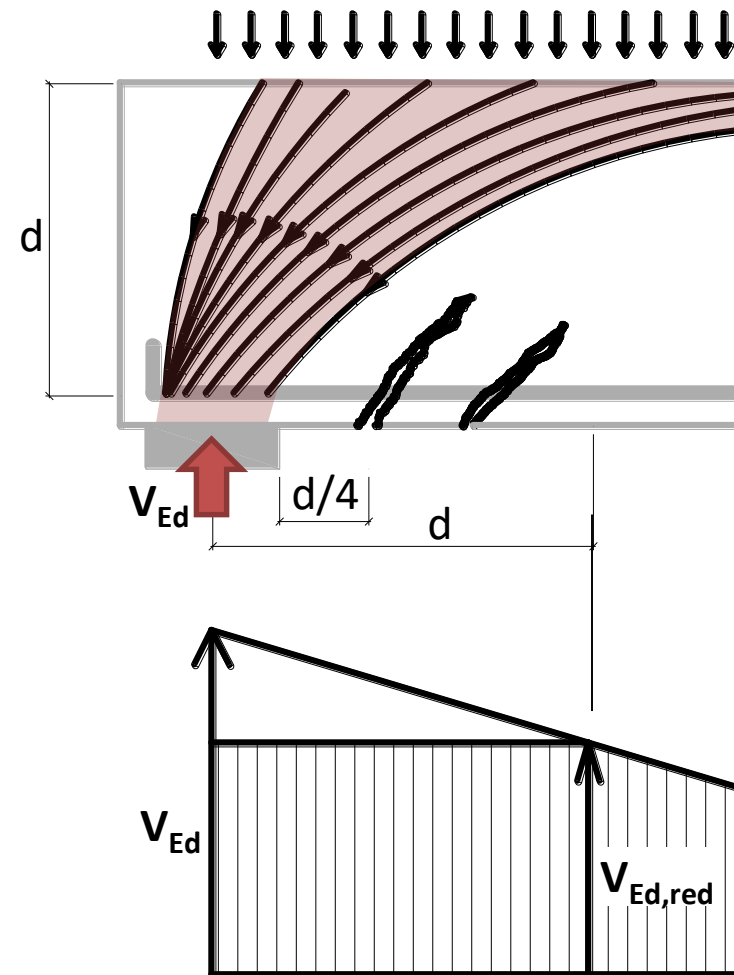
Element slab  
armat la  
forță  
tăietoare →  
cedarea  
betonului  
la întindere

Element armat obișnuit la forță tăietoare  
→ cedare prin curgerea armăturii de  
forfecare

Element  
supra-armat  
la forță  
tăietoare →  
cedarea  
betonului la  
compresiune

## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Preluarea directă a forțelor uniform distribuite – Reazem marginal

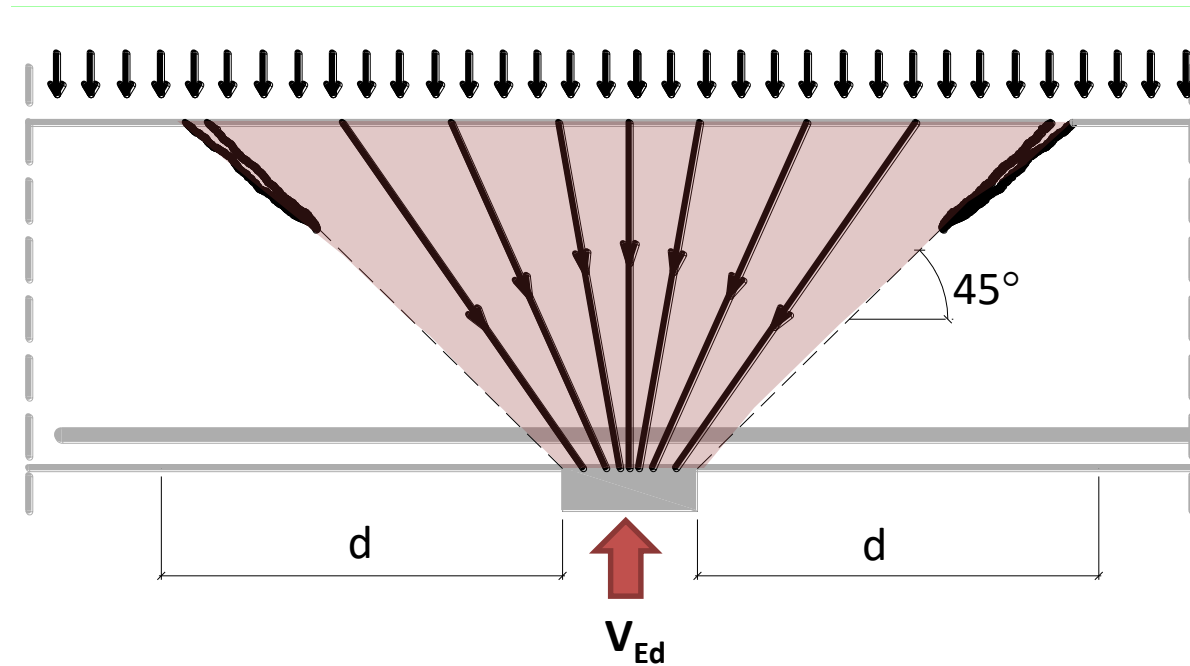


⇒ Se poate admite o reducere a forței tăietoare de solicitare

**Reducerea forței tăietoare de calcul se admite numai dacă armătura longitudinală întinsă este ancorată corespunzător!**

## Behaviour of bent elements to shear / Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Preluarea directă a forțelor uniform distribuite – Reazem intermediar

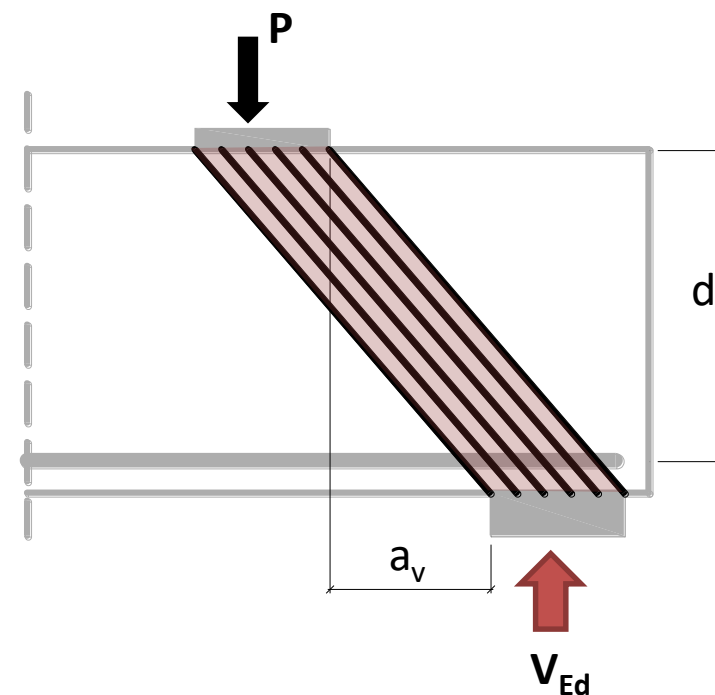


***Reducerea forței tăietoare de calcul se admite numai dacă armătura longitudinală întinsă este ancorată corespunzător!***



## Behaviour of bent elements to shear/ Comportarea elementelor încovoiate la forță tăietoare

## Preluarea directă a forțelor concentrate



Dacă:

$0,5d \leq a_v \leq 2,0d$  - se poate admite transmiterea directă la reazem a unei părți din încărcare

$a_v \leq 0,5d \Rightarrow a_v = 0,5d$

**Reducerea forței tăietoare de calcul se admite numai dacă armătura longitudinală întinsă este ancorată corespunzător!**

10.1 COMPORTAREA ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE LA ACȚIUNEA FORȚELOR TĂIETOARE

## **10.2 CALCULUL LA FORȚĂ TĂIETOARE**

10.3 ELEMENTE FĂRĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE

10.4 ELEMENTE CARE NECESITĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE

10.5 CAZURI SPECIALE DE PRELUARE A FORȚEI TĂIETOARE

10.6. FORFECAREA DINTRE INIMA ȘI TALPA SECȚIUNILOR T

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Etapele de calcul:

- Stabilirea diagramei de forță tăietoare de calcul  $V_{Ed}$
- Corectarea diagramei cu reducerile posibile ( $V_{Ed,red}$ )
- Calculul capacității portante a secțiunii de beton  $V_{Rd,c}$
- Verificarea condiției  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$
- dacă  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$  → **armăturile transversale se aleg constructiv**
- dacă  $V_{Ed} > V_{Rd,c}$  → se calculează capacitatea portantă a diagonalelor comprimate de beton  $V_{Rd,max}$
- dacă  $V_{Ed} \geq V_{Rd,max}$  → **se mărește secțiunea de beton**
- dacă  $V_{Ed} < V_{Rd,max}$  → se calculează capacitatea portantă a armăturilor transversale  $V_{Rd,s}$  prin alegerea unui diametru ( $A_{sw}$ ) și a unei distanțe dintre bare ( $s$ ) astfel încât

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s}$$

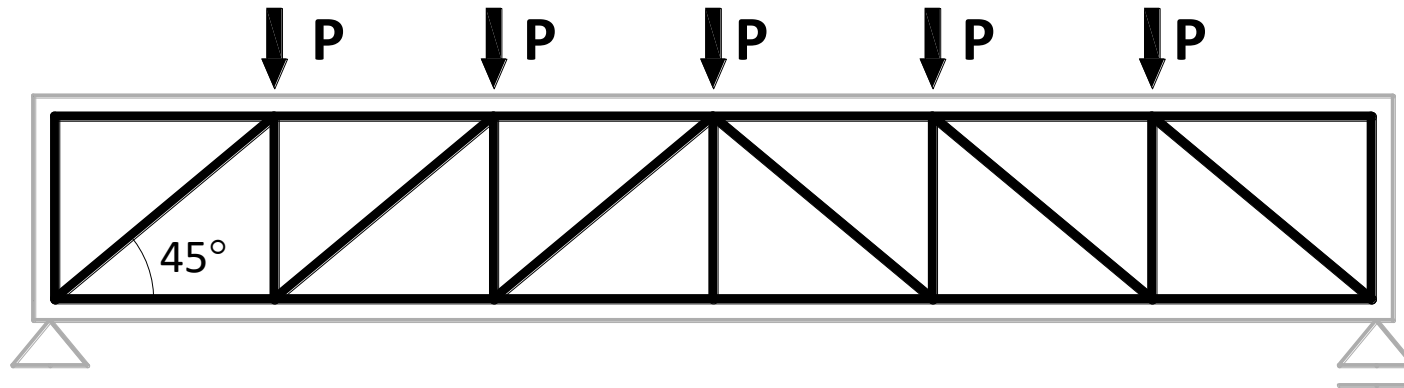
## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă



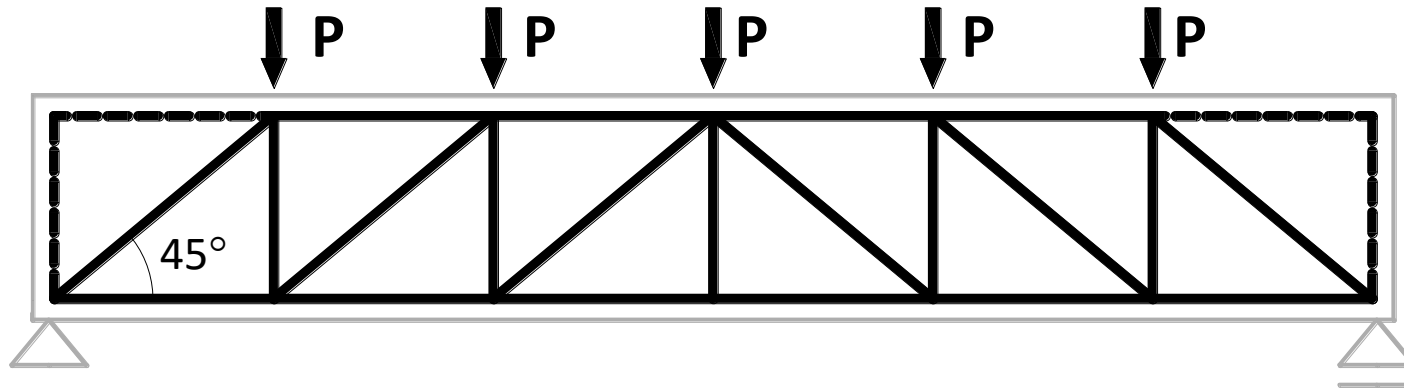
## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă



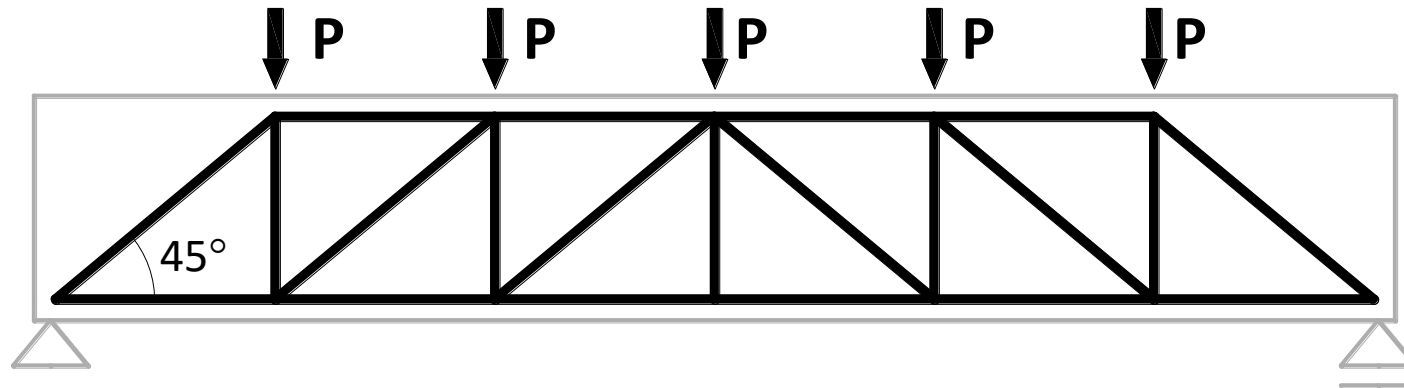
## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă



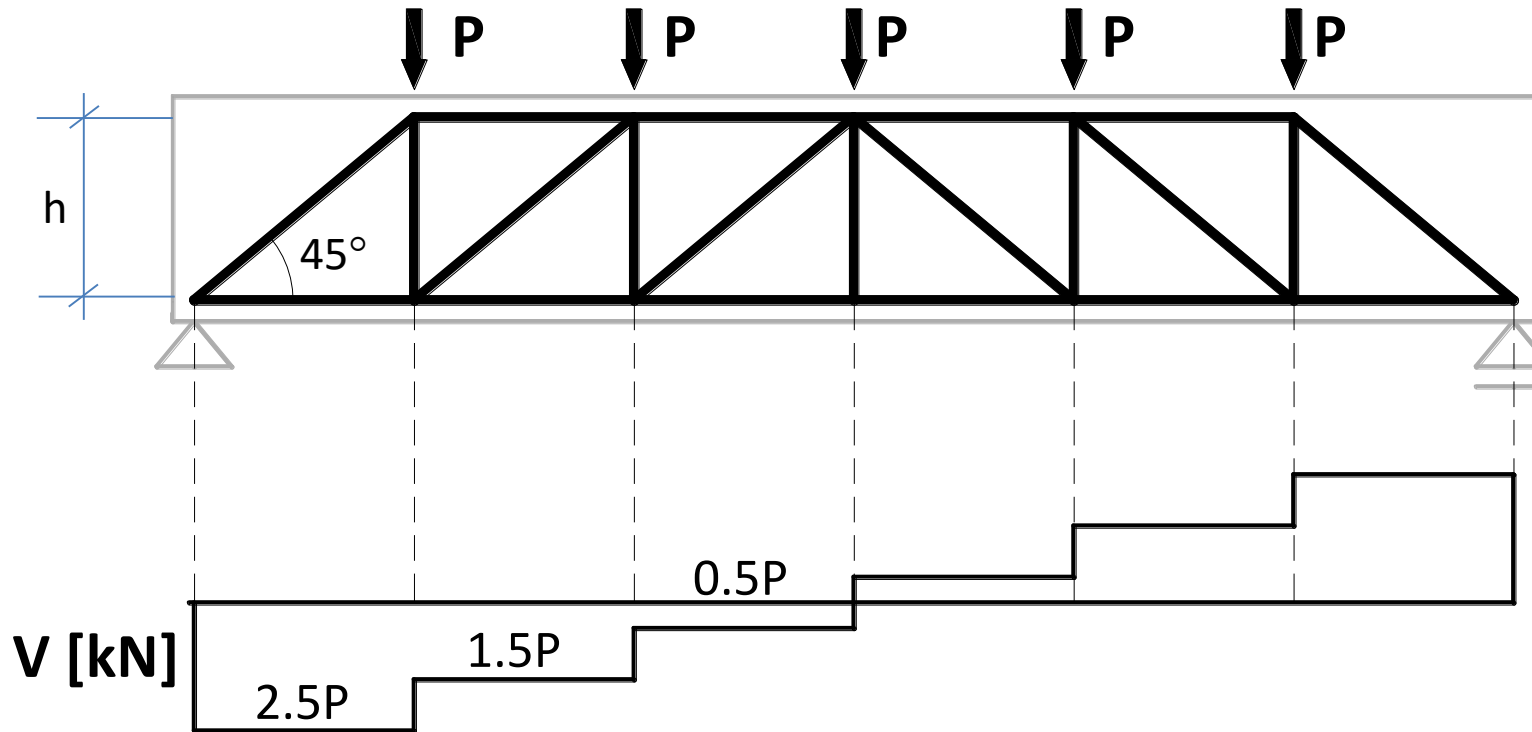
## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă



## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

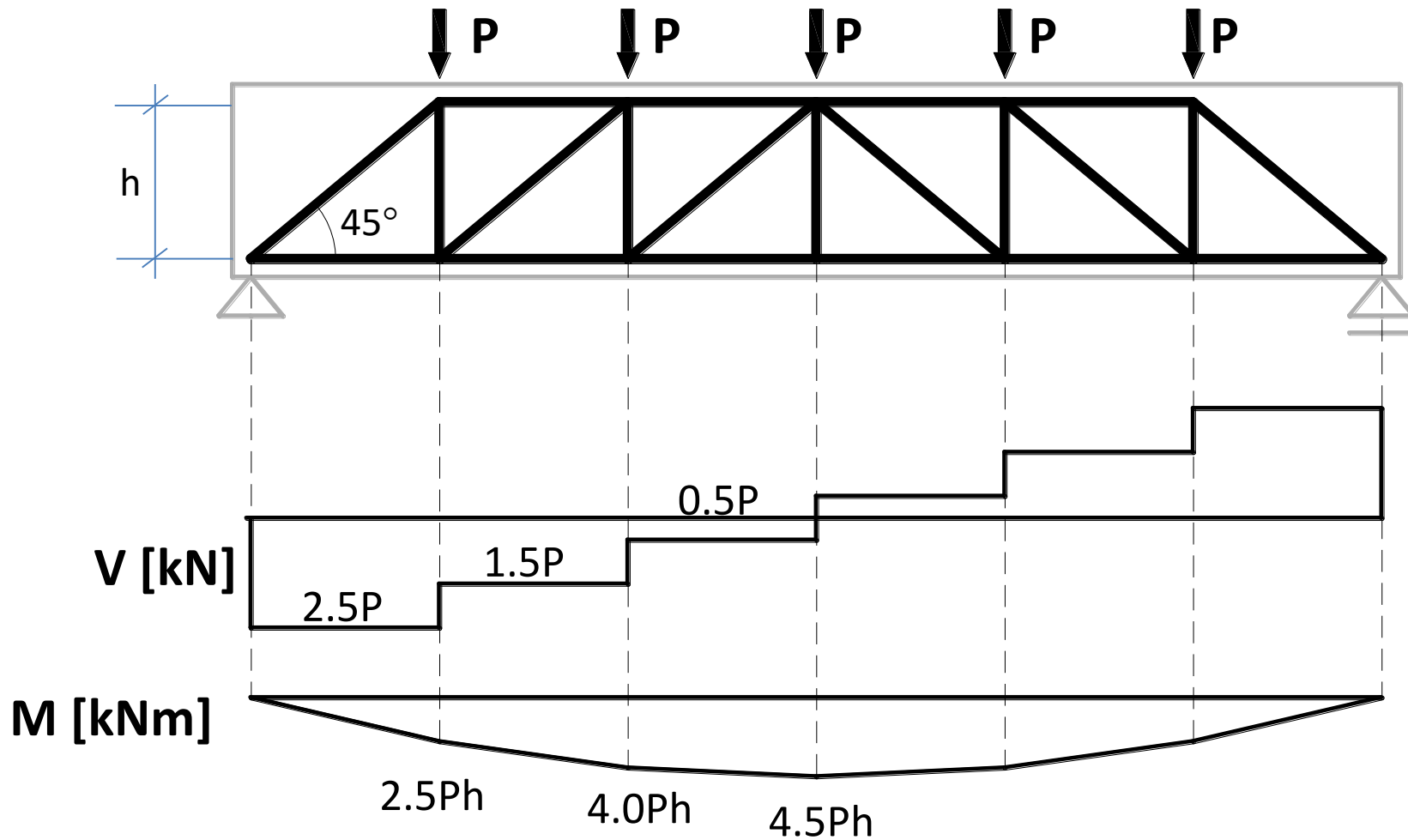
Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă





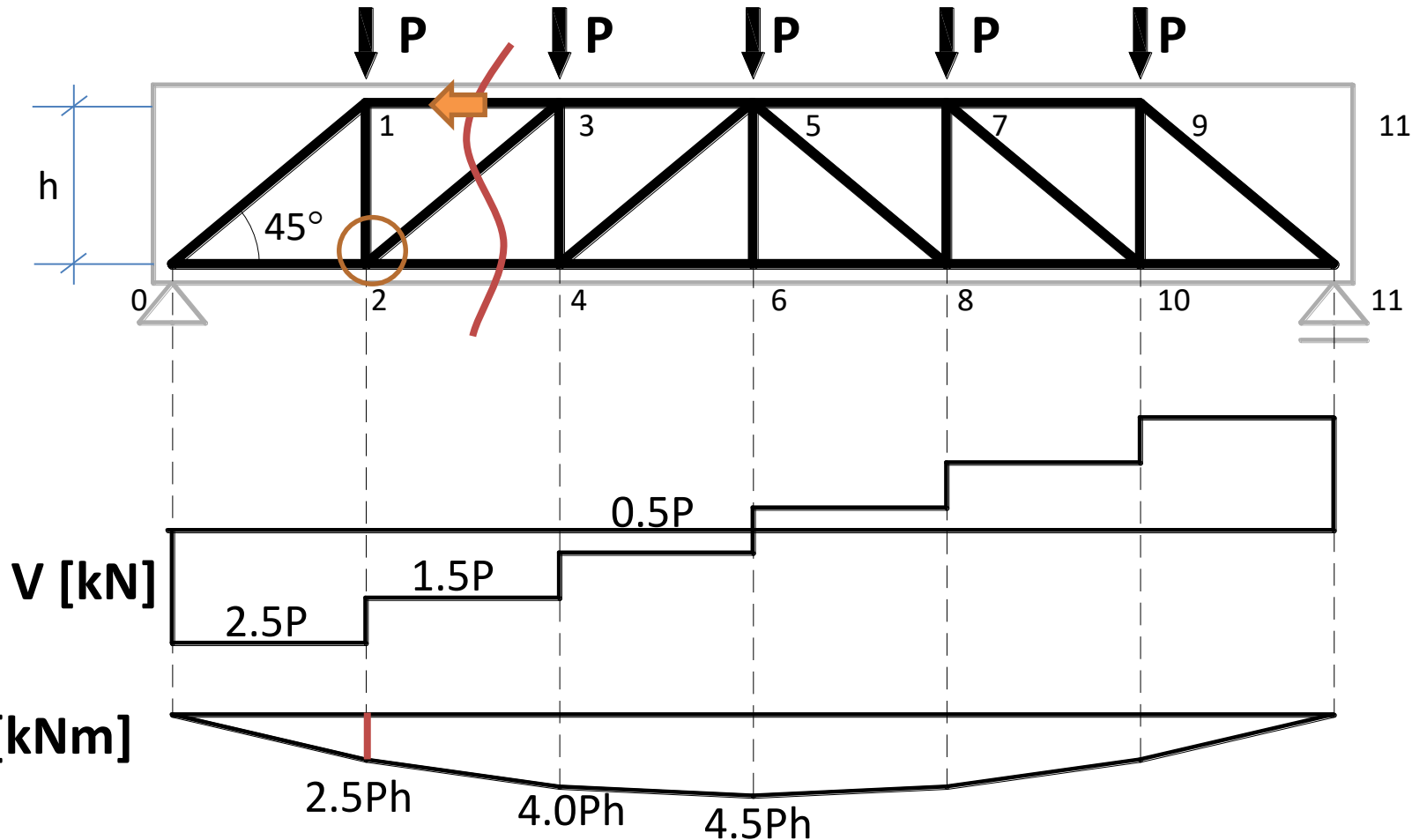
## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă



## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă

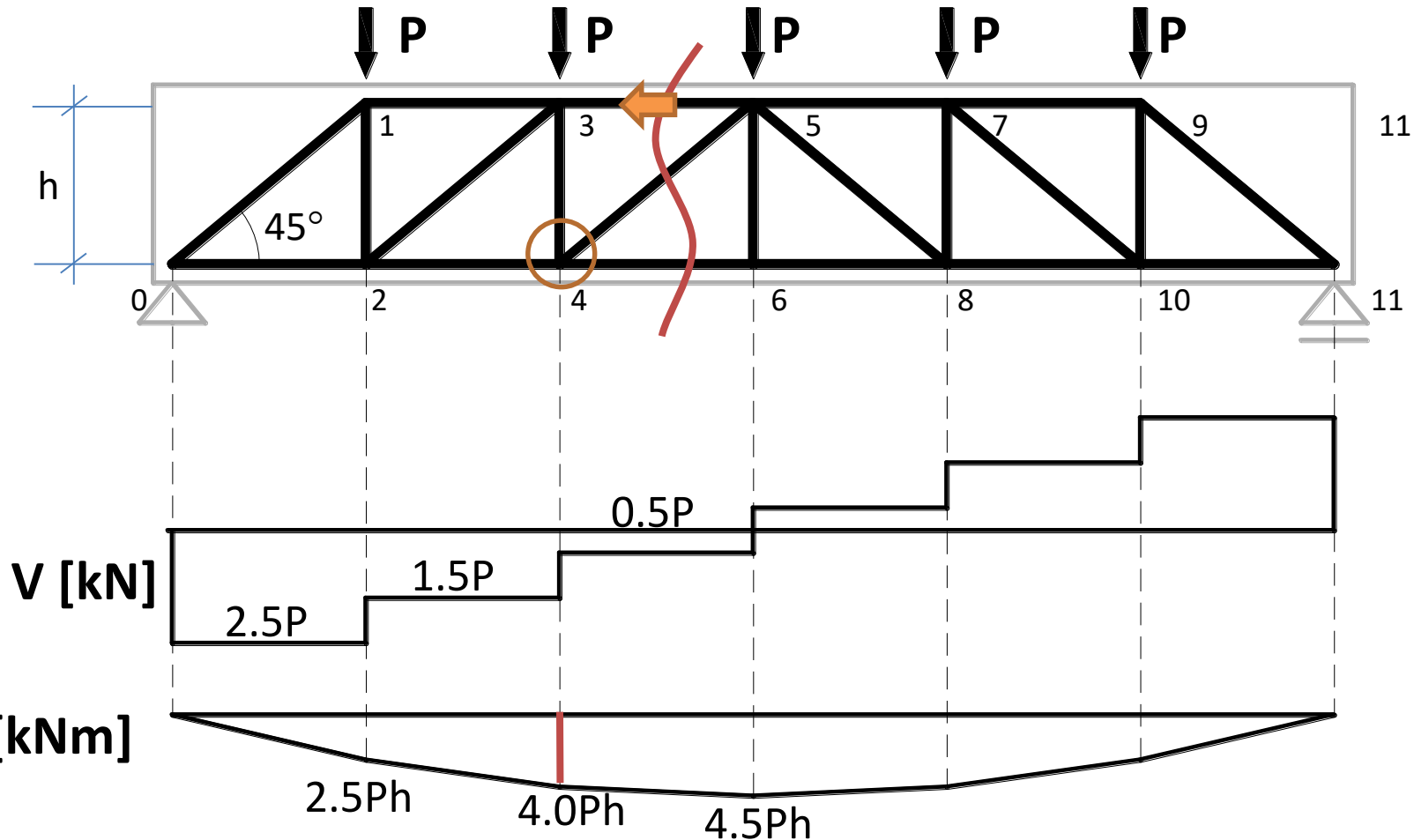


$$\sum M_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2,5 \cdot P \cdot h - S_{1-3} \cdot h = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{1-3} = 2,5 \cdot P \cdot h / h = 2,5 \cdot P \quad (-)$$

Efortul în bara  $S_{1-3}$  este raportul între momentul din secțiunea (2) și distanța dintre tălpi.

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă

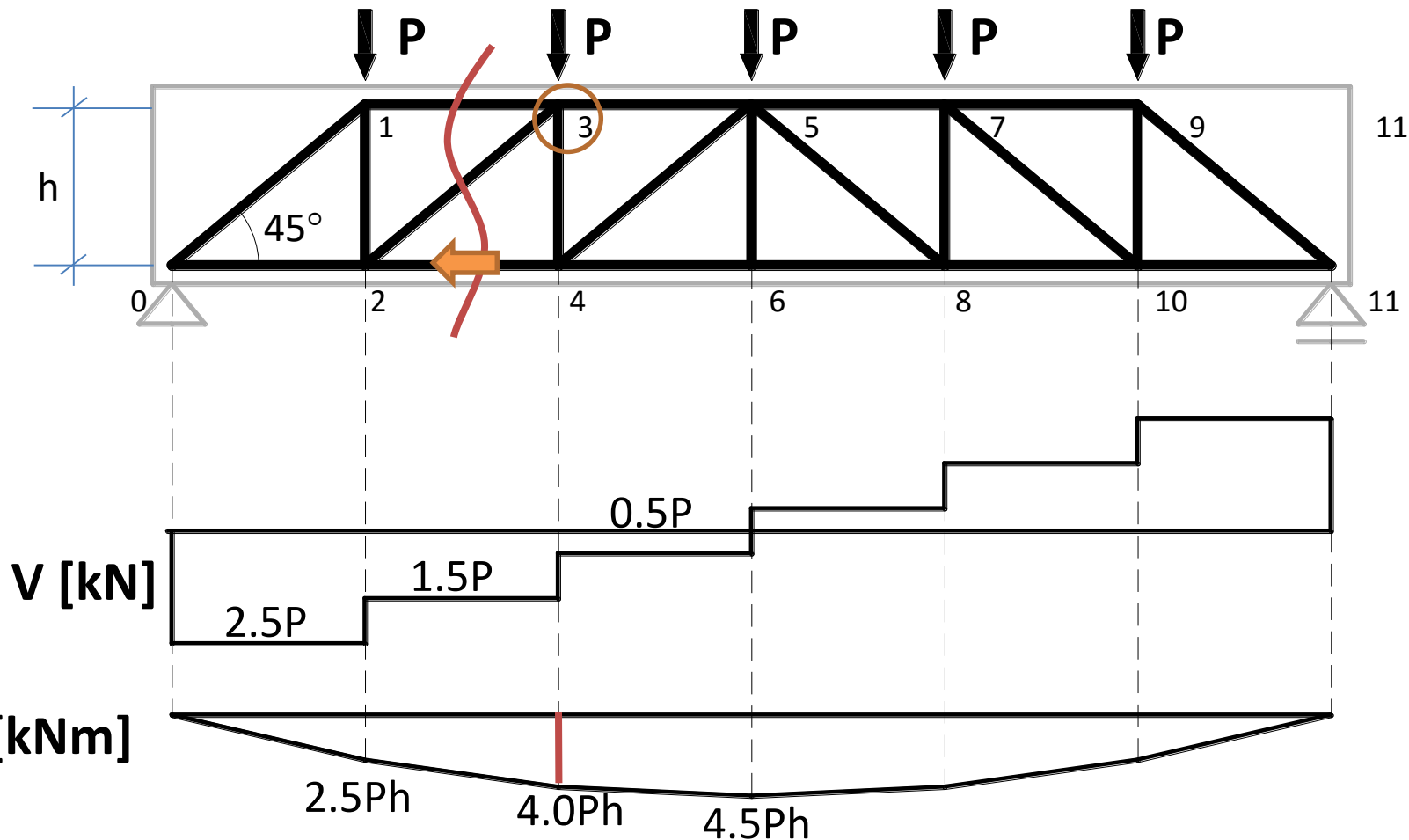


$$\sum M_4 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2,5 \cdot P \cdot 2h - P \cdot h - S_{3-5} \cdot h = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{3-5} = 4 \cdot P \cdot h / h = 4 \cdot P \quad (-)$$

Efortul în bara  $S_{3-5}$  este raportul între momentul din secțiunea (4) și distanța dintre tălpi.

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă



$$\Sigma M_3 = 0$$

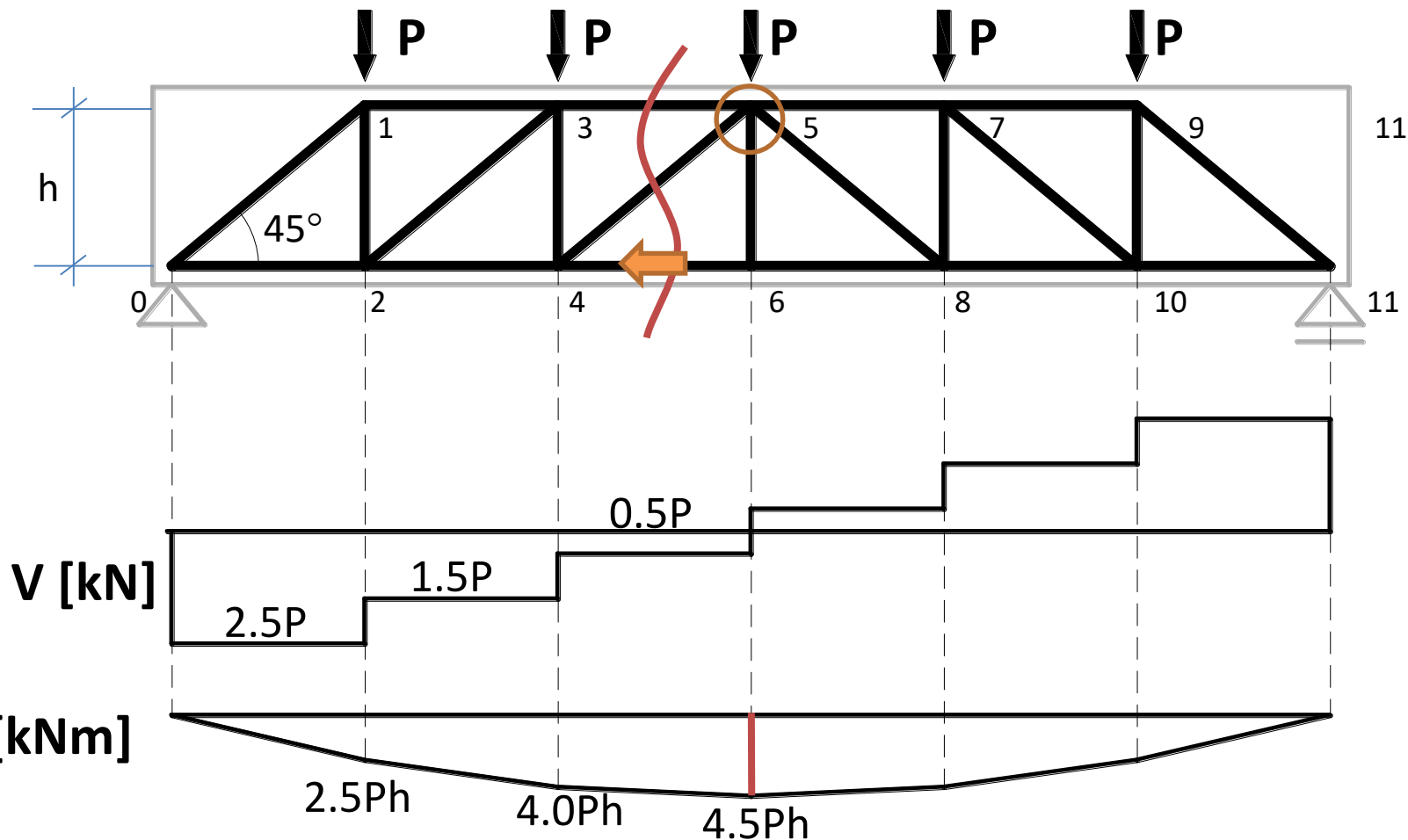
$$\Rightarrow 2,5 \cdot P \cdot 2h - P \cdot h - S_{2-4} \cdot h = 0$$

$$\Rightarrow S_{2-4} = 4 \cdot P \cdot h / h = 4 \cdot P (+)$$

Efortul în bara  $S_{2-4}$  este raportul între momentul din secțiunea (3) și distanța dintre tălpi.

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă

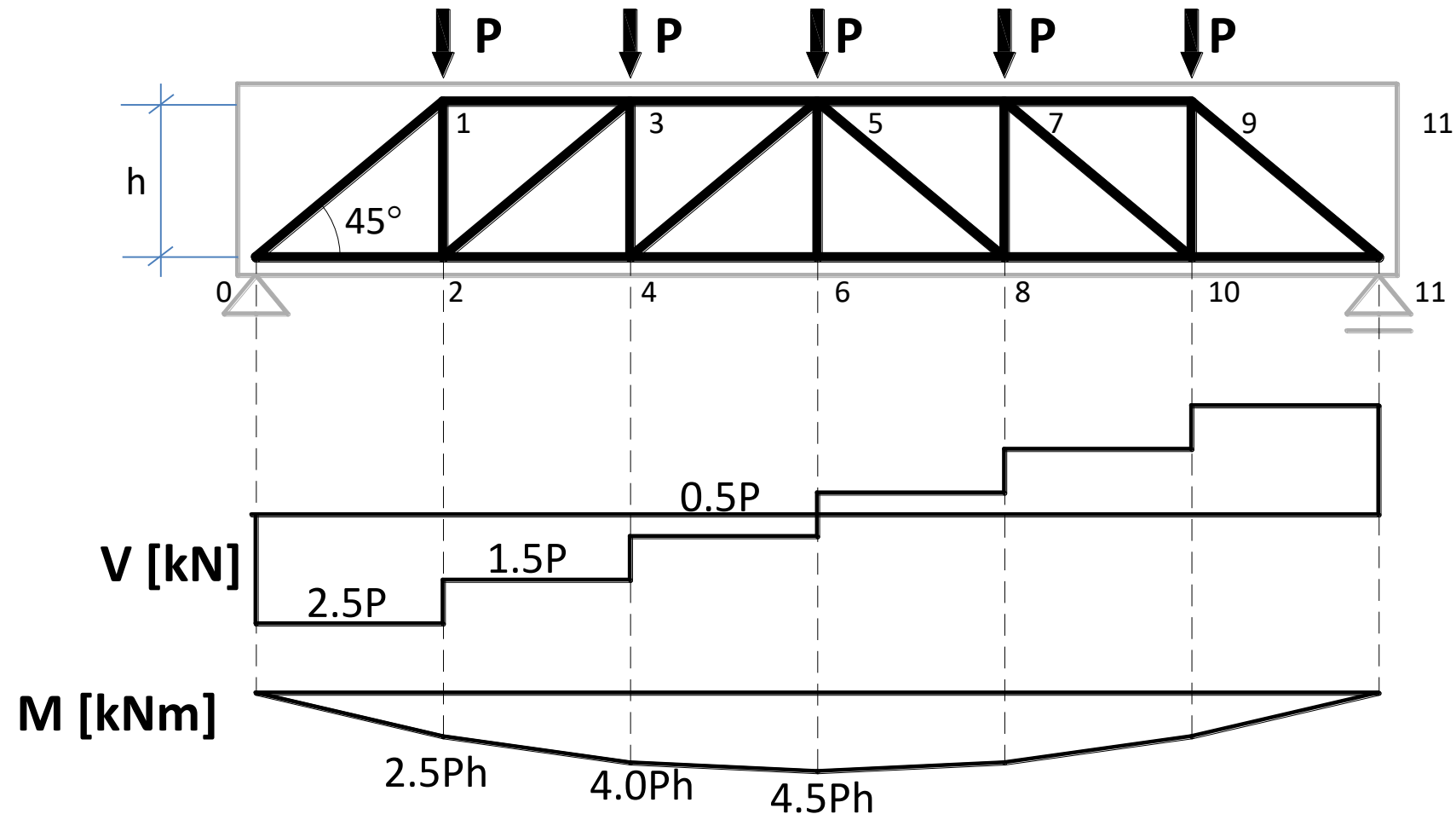


$$\sum M_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2,5 \cdot P \cdot 3h - P \cdot 2h - P \cdot h - S_{4-6} \cdot h = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{4-6} = 4,5 \cdot P \cdot h / h = 4,5 \cdot P (+)$$

Efortul în bara  $S_{4-6}$  este raportul între momentul din secțiunea (5) și distanța dintre tălpi.

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă

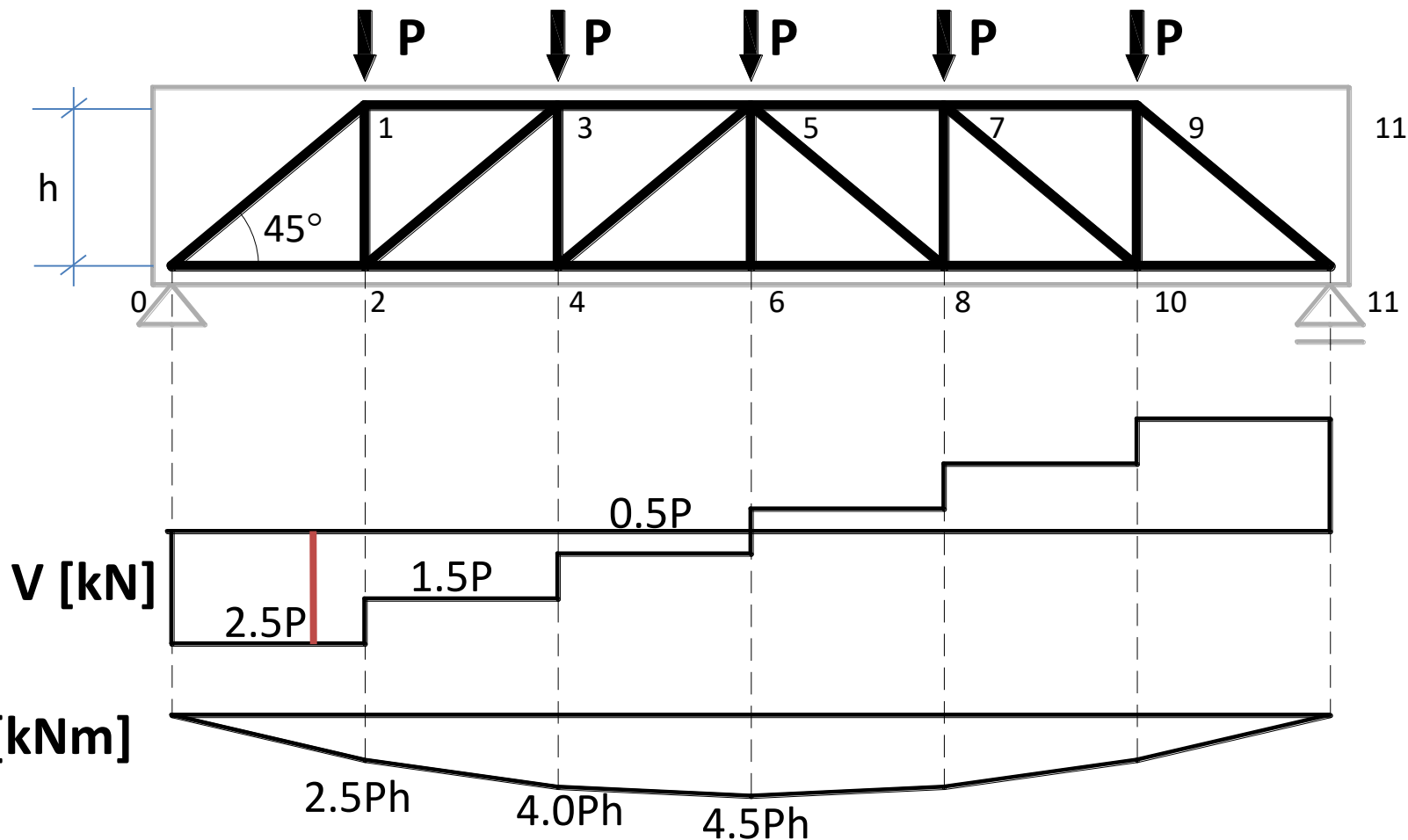


$$\Rightarrow S_{0-2} = 2,5 \cdot P (+)$$

Efortul în bara  $S_{0-2}$  se determină din ecuația (triunghi) vectorială scrisă în nodul 0.

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă

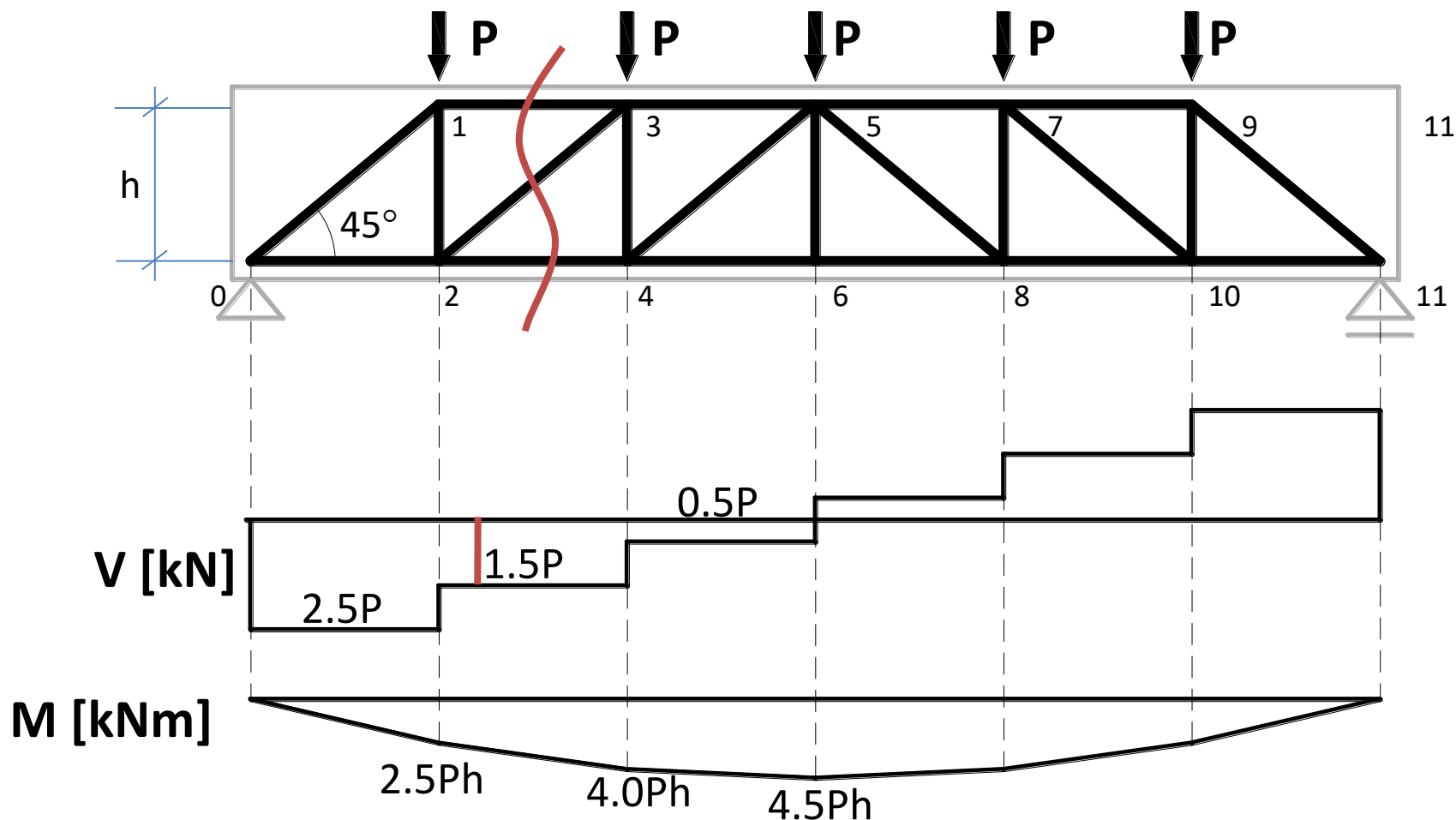


$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow 2,5 \cdot P - S_{0-1} \cdot \sin \alpha = 0 \quad \Rightarrow S_{0-1} = 2,5P / \sin \alpha = \sqrt{2} \cdot 2,5P \quad (-)$$

Efortul în bara  $S_{0-1}$  se determină din ecuația de proiecție pe direcția verticală scrisă în nodul 0.

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă



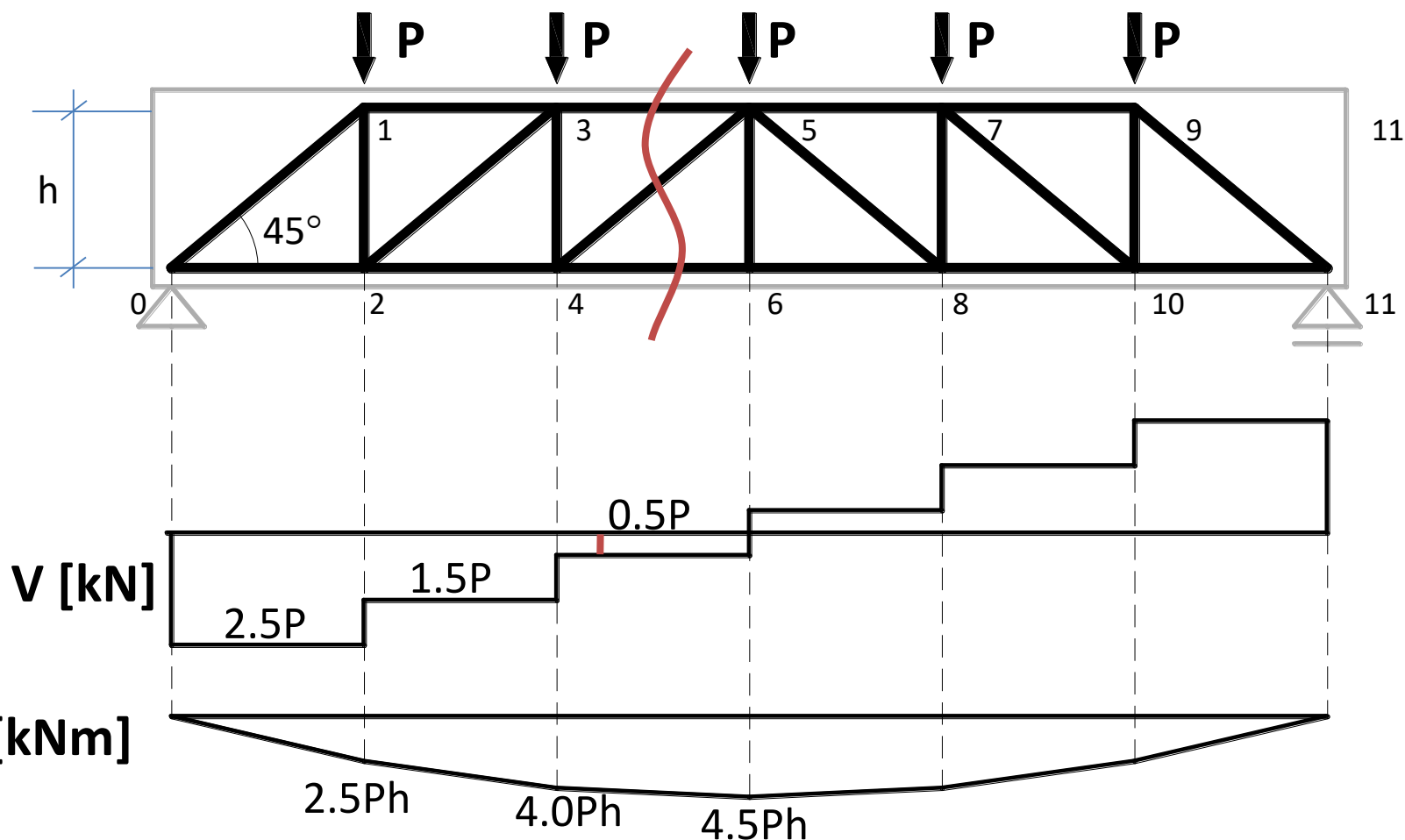
$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad 2,5 \cdot P - P - S_{2-3} \cdot \sin \alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{2-3} = 1,5P / \sin \alpha = \sqrt{2} \cdot 1,5P \quad (-)$$

Efortul în bara  $S_{2-3}$  se determină din ecuația de proiecție pe direcția verticală scrisă în secțiune.



## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă

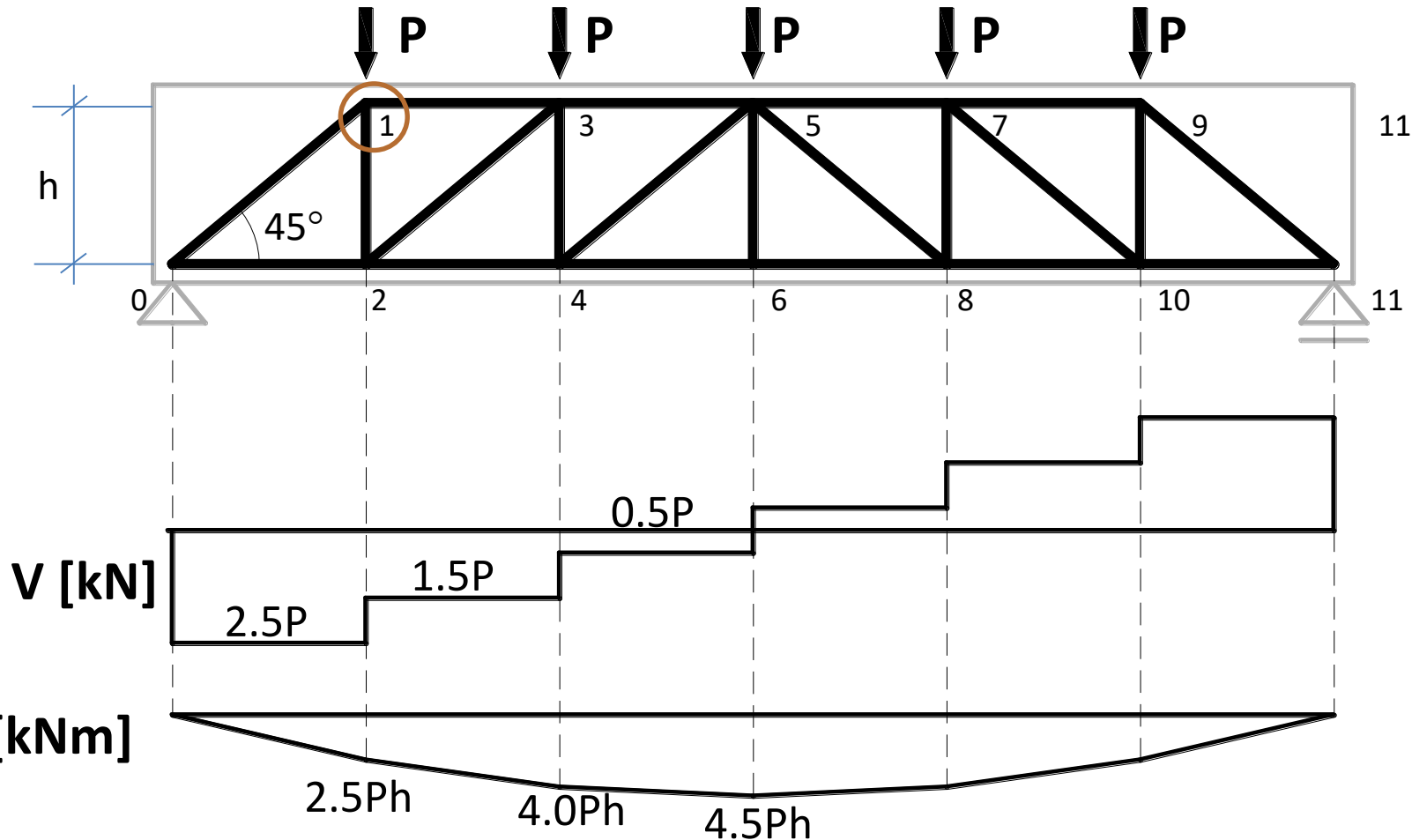


$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 2,5 \cdot P - P - P - S_{4-5} \cdot \sin \alpha = 0 \quad \Rightarrow S_{4-5} = 0,5P / \sin \alpha = \sqrt{2} \cdot 0,5P (-)$$

Efortul în bara  $S_{4-5}$  se determină din ecuația de proiecție pe direcția verticală scrisă în secțiune.

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă

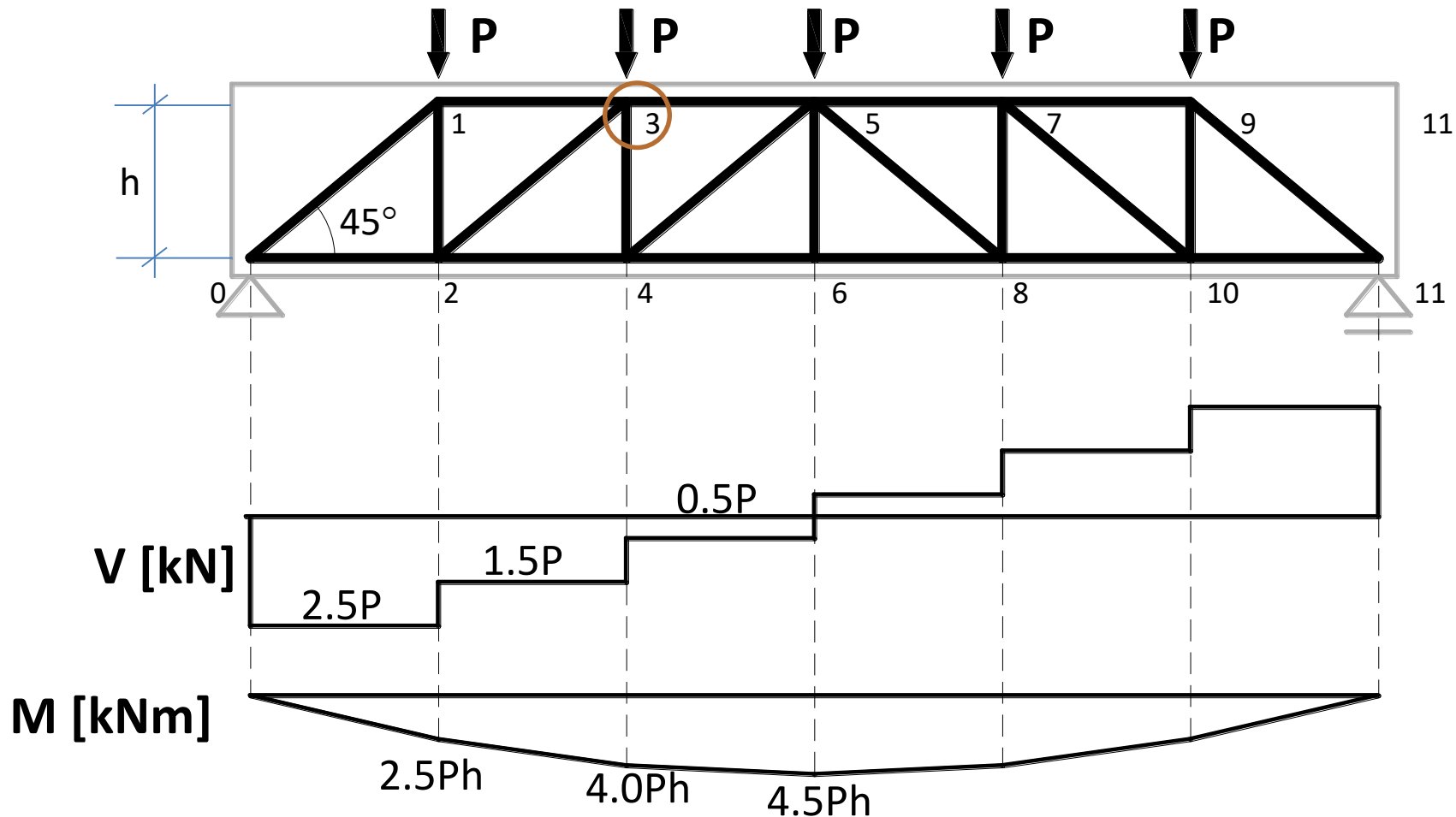


$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow S_{0-1,y} - P - S_{1-2} = 2,5P - P - S_{1-2} = 0 \Rightarrow S_{1-2} = 1,5P (+)$$

Efortul în bara  $S_{1-2}$  se determină din ecuația de proiecție pe direcția verticală scrisă în nodul (1).

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă

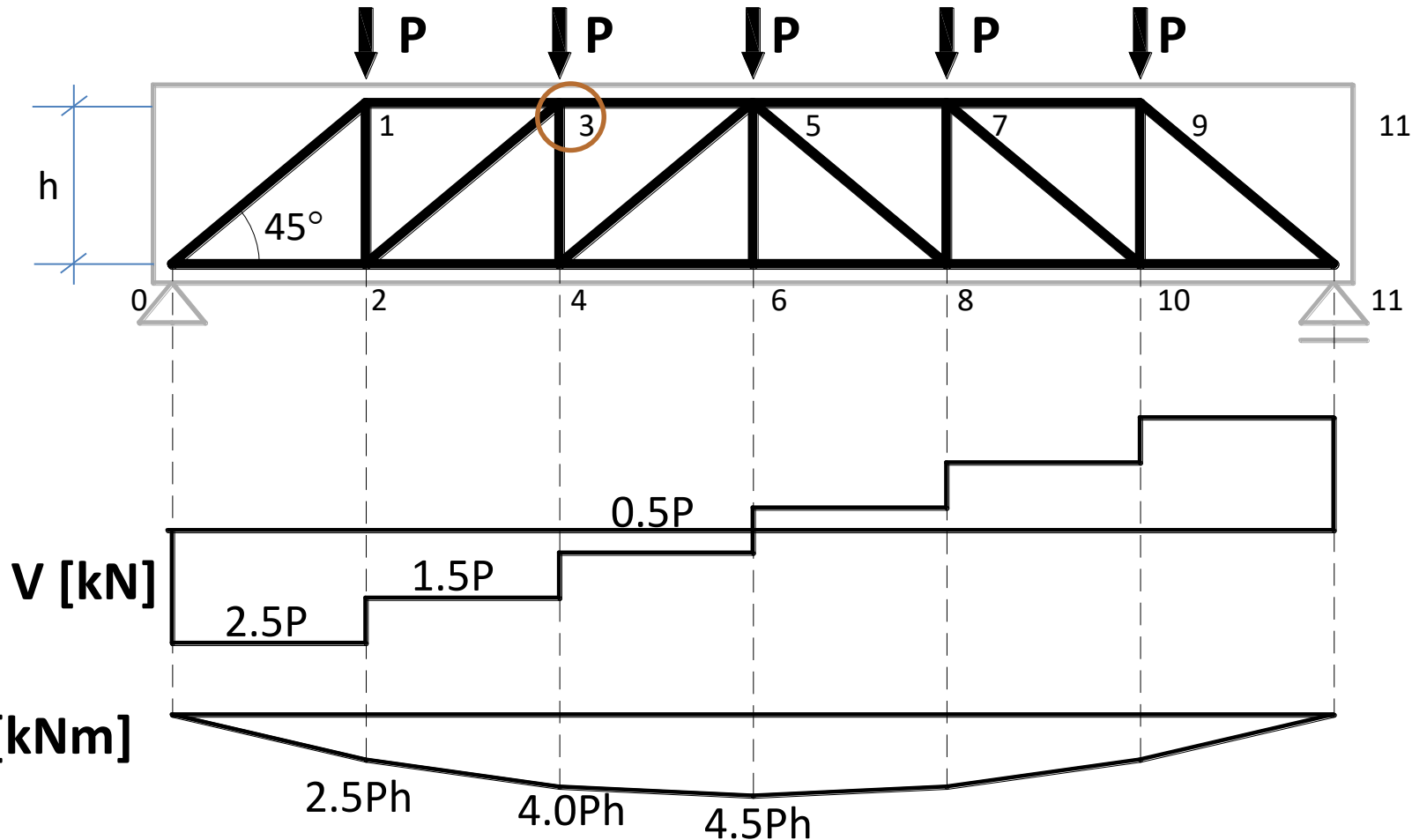


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow S_{2-3,y} - P - S_{3-4} = 1,5P - P - S_{3-4} = 0 \Rightarrow S_{3-4} = 0,5P (+)$$

Efortul în bara  $S_{3-4}$  se determină din ecuația de proiecție pe direcția verticală scrisă în nodul (3).

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Legătura dintre modelul grindă cu zăbrele și modelul de grindă

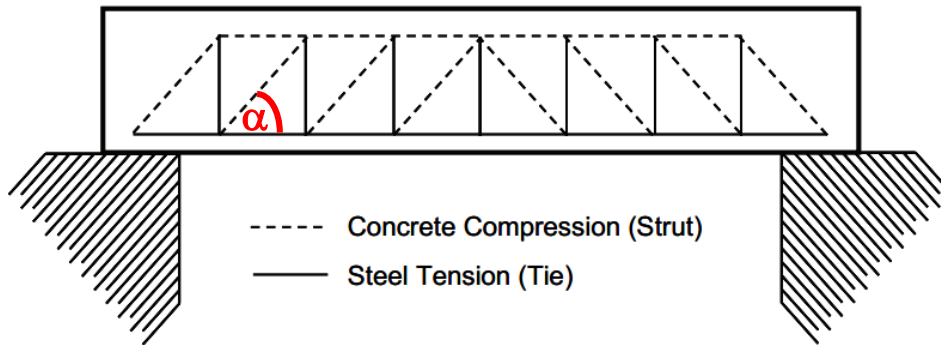
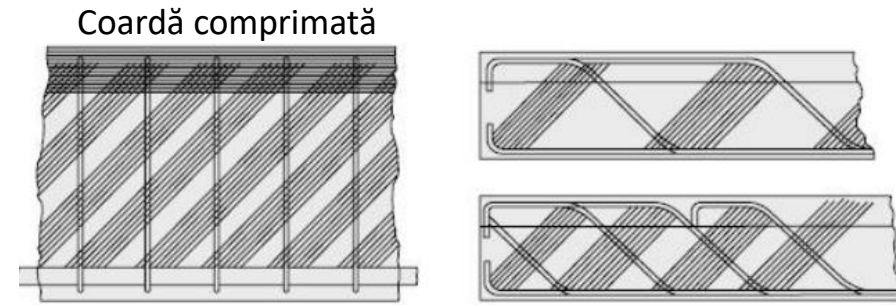


**Tălpile inferioare și superioare:**  
**Montanții și diagonalele:**

**Preluare moment încovoietor !**  
**Preluare forță tăietoare !**

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Alte modele tip grinzi cu zăbrele pentru calculul grinzii de b.a. la forță tăietoare

Modelul original al lui **Ritter** (1899)Modelul **Mörsch** (1909) - modelul Ritter modificat → diagonalele au fost înlocuite cu câmpuri de compresiune

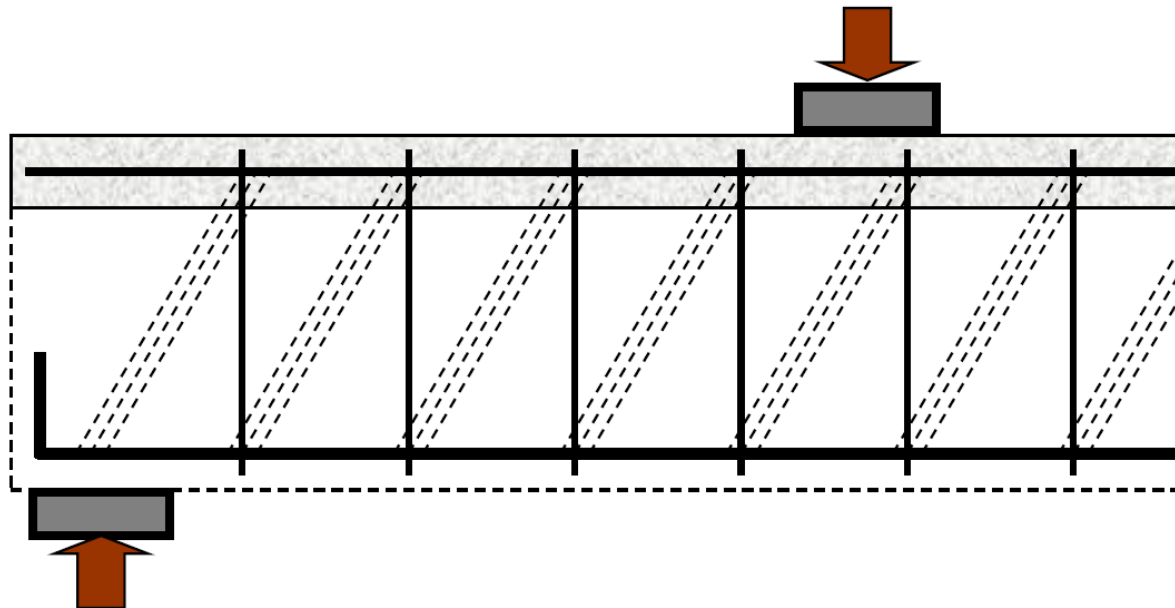
$$\alpha = 25^\circ - 45^\circ$$

Talpa superioară:  
 Tapla inferioară:  
 Diagonale:  
 Montanți:

BETON COMPRIMAT  
 ARMĂTURĂ ÎNTINSĂ  
 BETON COMPRIMAT  
 ETRIERI

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

Alte modele tip grinzi cu zăbrele pentru calculul grinzii de b.a. la forță tăietoare



### Modelul tip Ritter – Mörsch – Thürlimann

Talpa superioară:

BETON COMPRIMAT

Tapla inferioară:

ARMĂTURĂ ÎNTINSĂ

Diagonale:

BETON COMPRIMAT

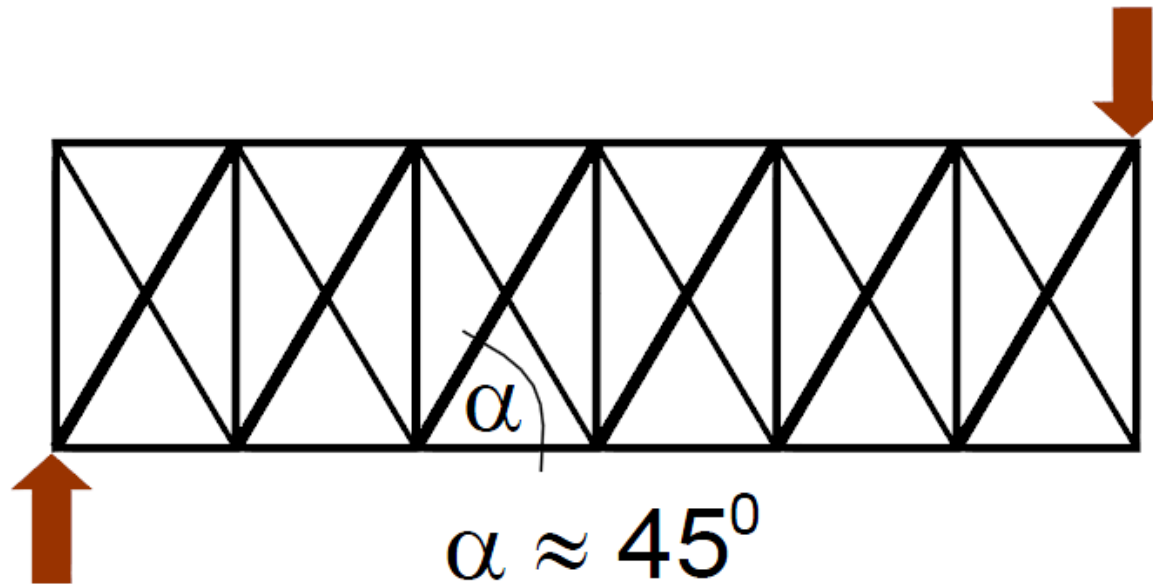
Montanți:

ETRIERI

(Dr. Kovács I., DE)

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

Alte modele tip grinzi cu zăbrele pentru calculul grinzii de b.a. la forță tăietoare



### Modelul tip Mörsch cu două diagonale

Talpa superioară:

BETON COMPRIMAT

Tapla inferioară:

ARMĂTURĂ ÎNTINSĂ

Diagonala comprimată:

BETON COMPRIMAT

Diagonala întinsă:

ARMĂTURĂ ÎNCLINATĂ

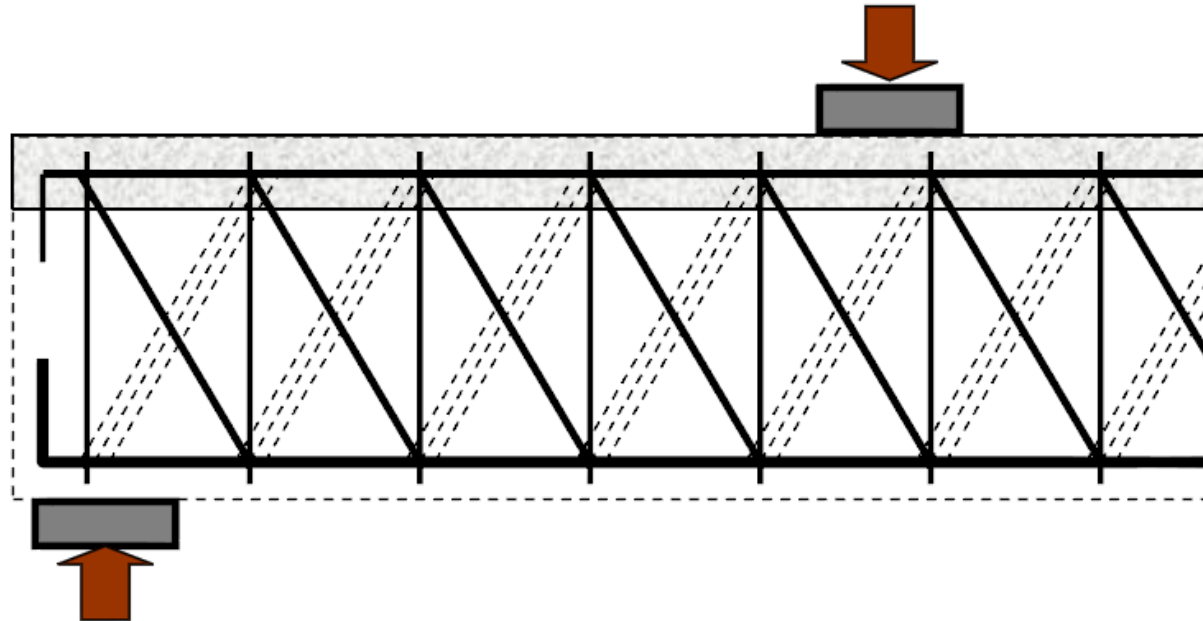
Montanți:

ETRIERI

(Dr. Kovács I., DE)

## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

## Alte modele tip grinzi cu zăbrele pentru calculul grinzii de b.a. la forță tăietoare



## Modelul tip Morsch cu două diagonale

Talpa superioară:

BETON COMPRIMAT

Tapla inferioară:

ARMĂTURĂ ÎNTINSĂ

Diagonala comprimată:

BETON COMPRIMAT

Diagonala întinsă:

ARMĂTURĂ ÎNCLINATĂ

Montanți:

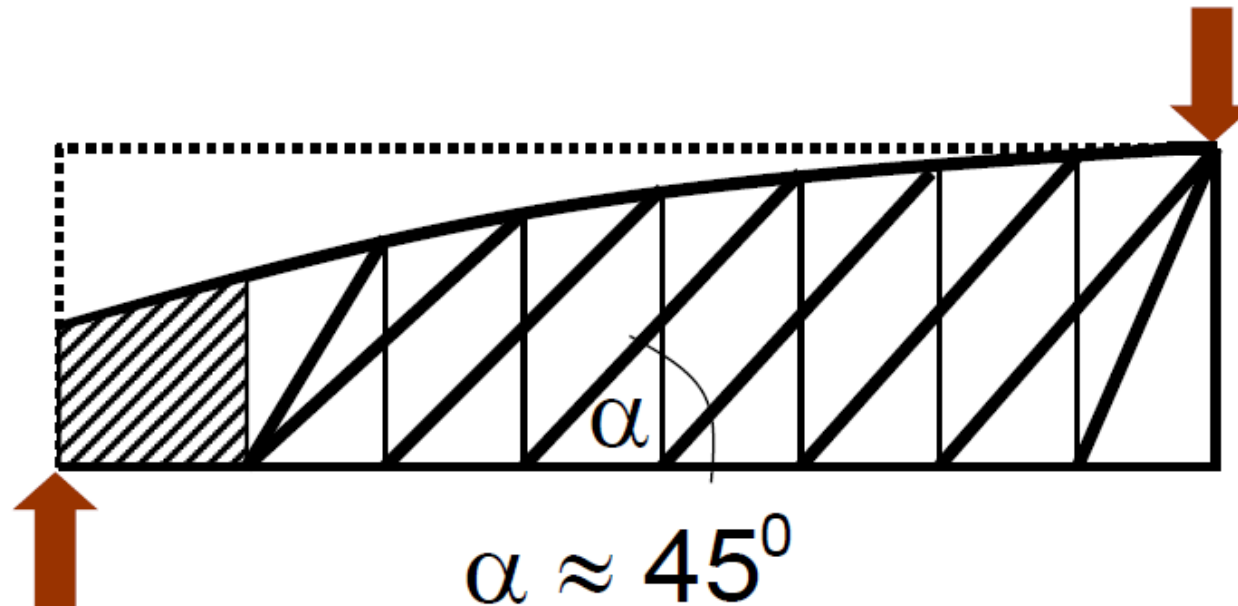
ETRIERI

(Dr. Kovács I., DE)



## Design for shear force / Calculul la forță tăietoare

Alte modele tip grinzi cu zăbrele pentru calculul grinzii de b.a. la forță tăietoare



### Modelul tip Leonhardt

Talpa superioară:

Tapla inferioară:

Diagonala comprimată:

Montanți:

BETON COMPRIMAT CU SECȚIUNE VARIABILĂ

ARMĂTURĂ ÎNTINSĂ

BETON COMPRIMAT

ETRIERI

(Dr. Kovács I., DE)

10.1 COMPORTAREA ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE LA ACȚIUNEA FORȚELOR TĂIETOARE

10.2 CALCULUL LA FORȚĂ TĂIETOARE

**10.3 ELEMENTE FĂRĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE**

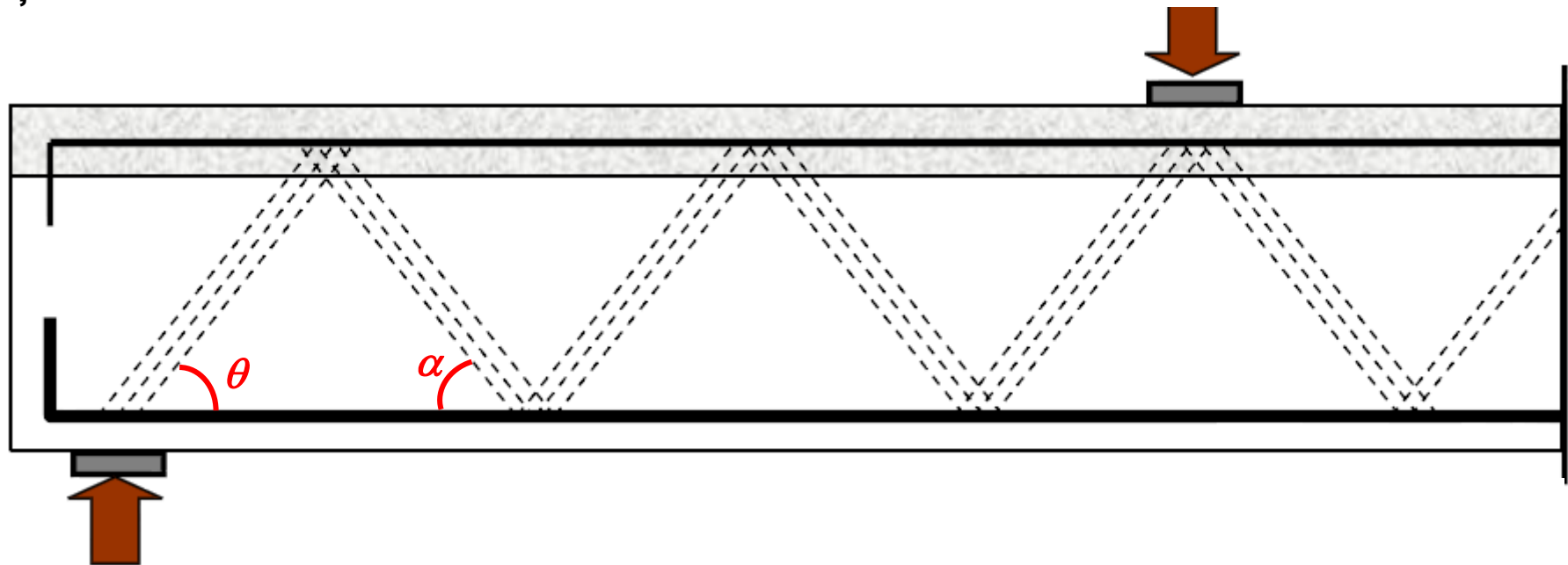
10.4 ELEMENTE CARE NECESITĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE

10.5 CAZURI SPECIALE DE PRELUARE A FORȚEI TĂIETOARE

10.6. FORFECAREA DINTRE INIMA ȘI TALPA SECȚIUNILOR T

## Elements without shear reinforcement / Elemente fără armătură la forță tăietoare

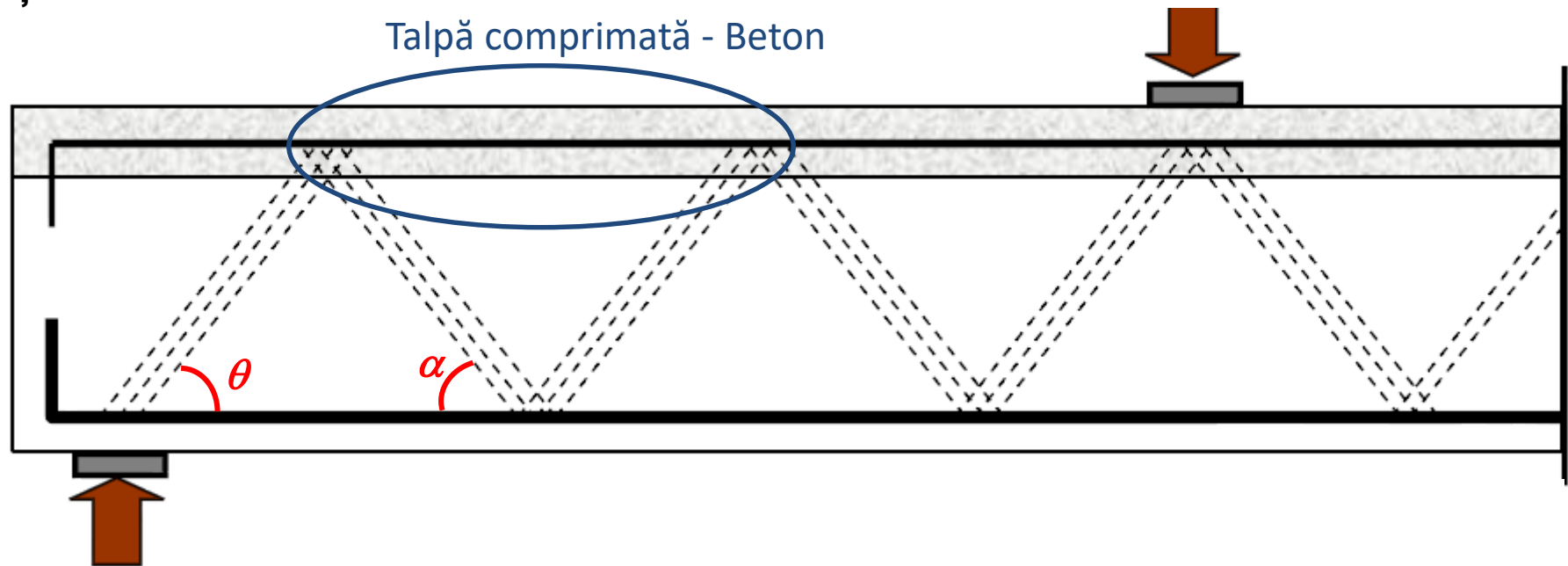
Modelul tip grinzi cu zăbrele pentru calculul grinzii de b.a. fără armătură la forță tăietoare



(Dr. Kovács I., DE)

## Elements without shear reinforcement / Elemente fără armătură la forță tăietoare

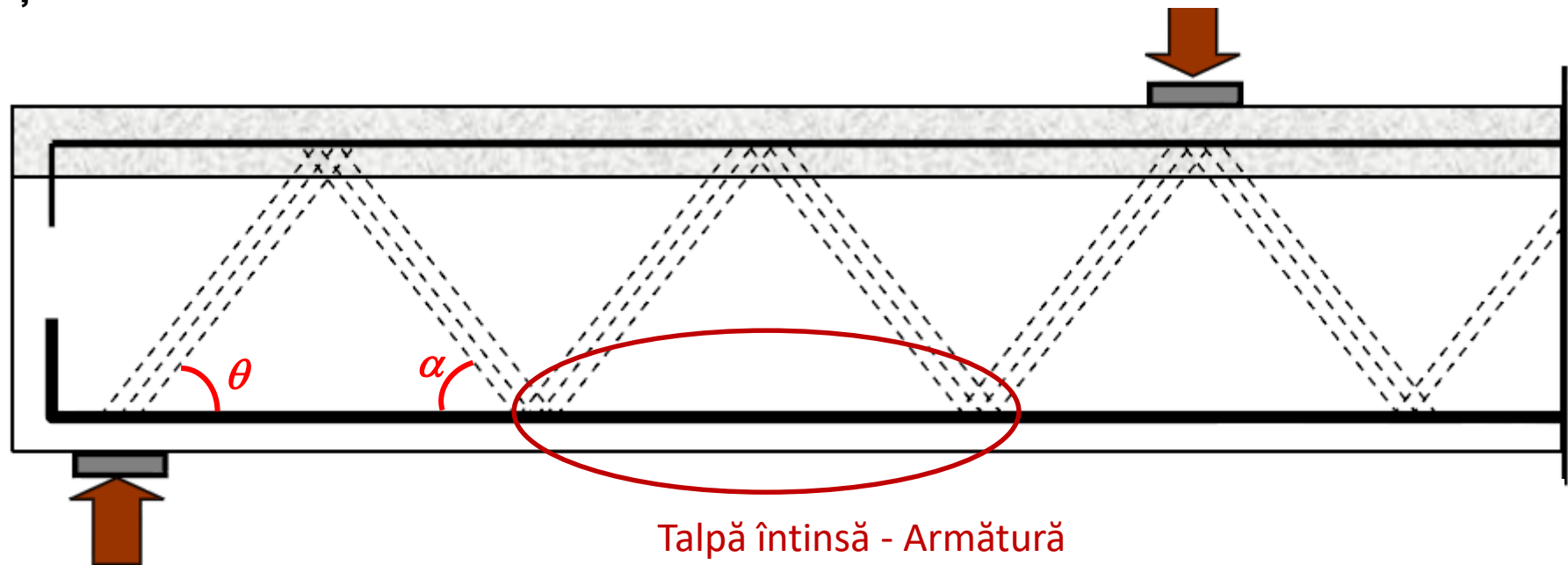
Modelul tip grinzi cu zăbrele pentru calculul grinzii de b.a. fără armătură la forță tăietoare



(Dr. Kovács I., DE)

## Elements without shear reinforcement / Elemente fără armătură la forță tăietoare

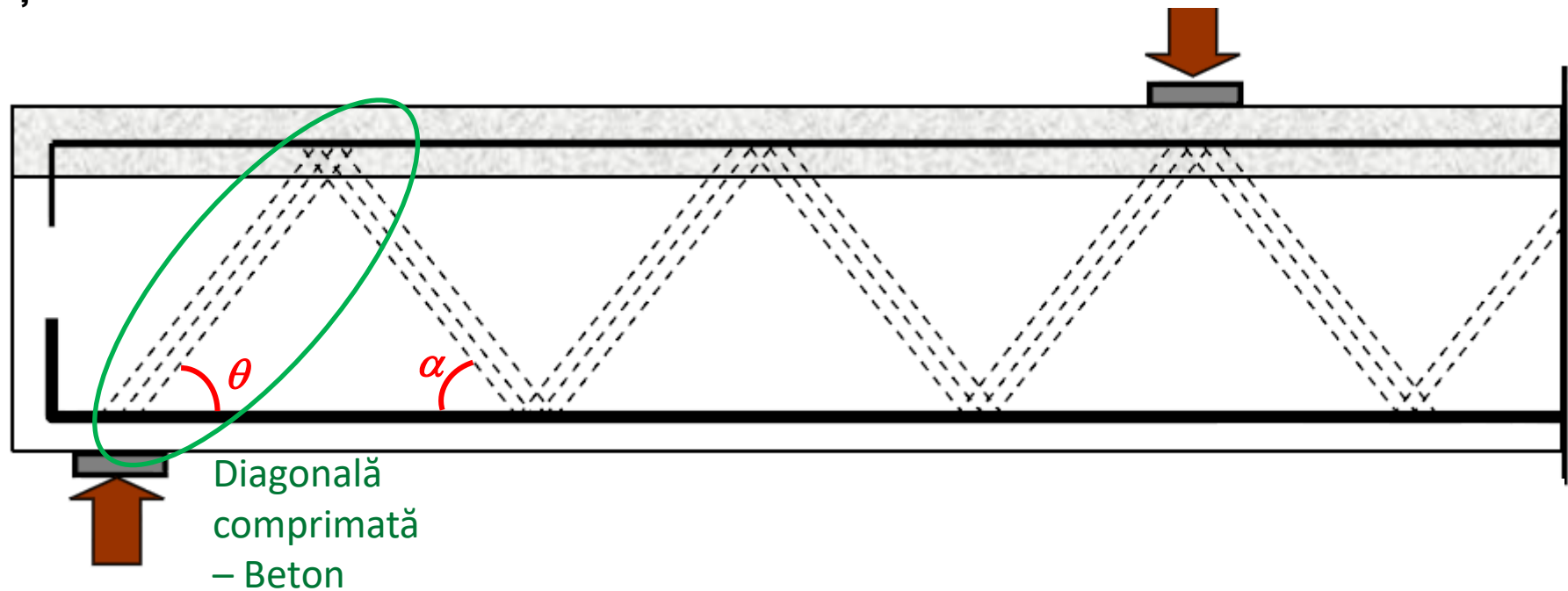
Modelul tip grinzi cu zăbrele pentru calculul grinzii de b.a. fără armătură la forță tăietoare



(Dr. Kovács I., DE)

## Elements without shear reinforcement / Elemente fără armătură la forță tăietoare

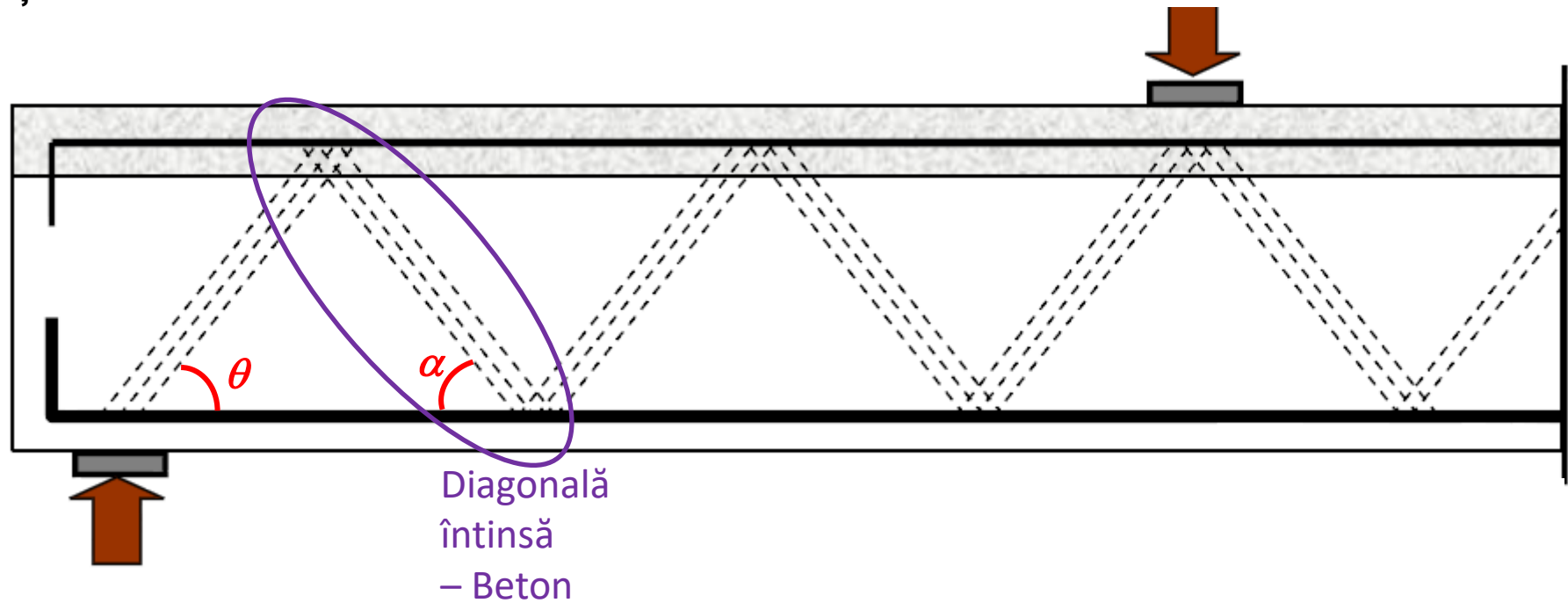
Modelul tip grinzi cu zăbrele pentru calculul grinzii de b.a. fără armătură la forță tăietoare



(Dr. Kovács I., DE)

## Elements without shear reinforcement / Elemente fără armătură la forță tăietoare

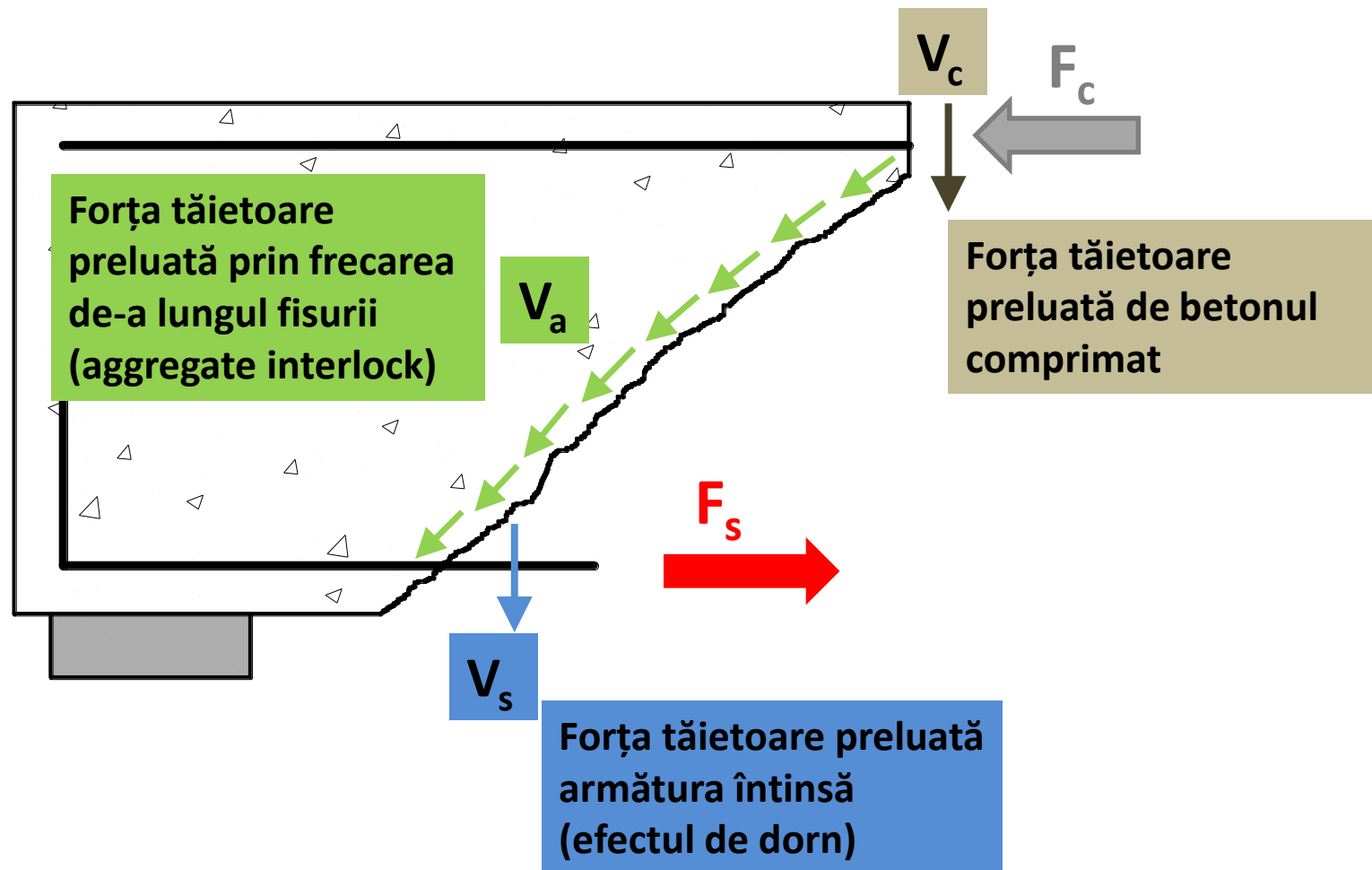
Modelul tip grinzi cu zăbrele pentru calculul grinzii de b.a. fără armătură la forță tăietoare



(Dr. Kovács I., DE)

## Elements without shear reinforcement / Elemente fără armătură la forță tăietoare

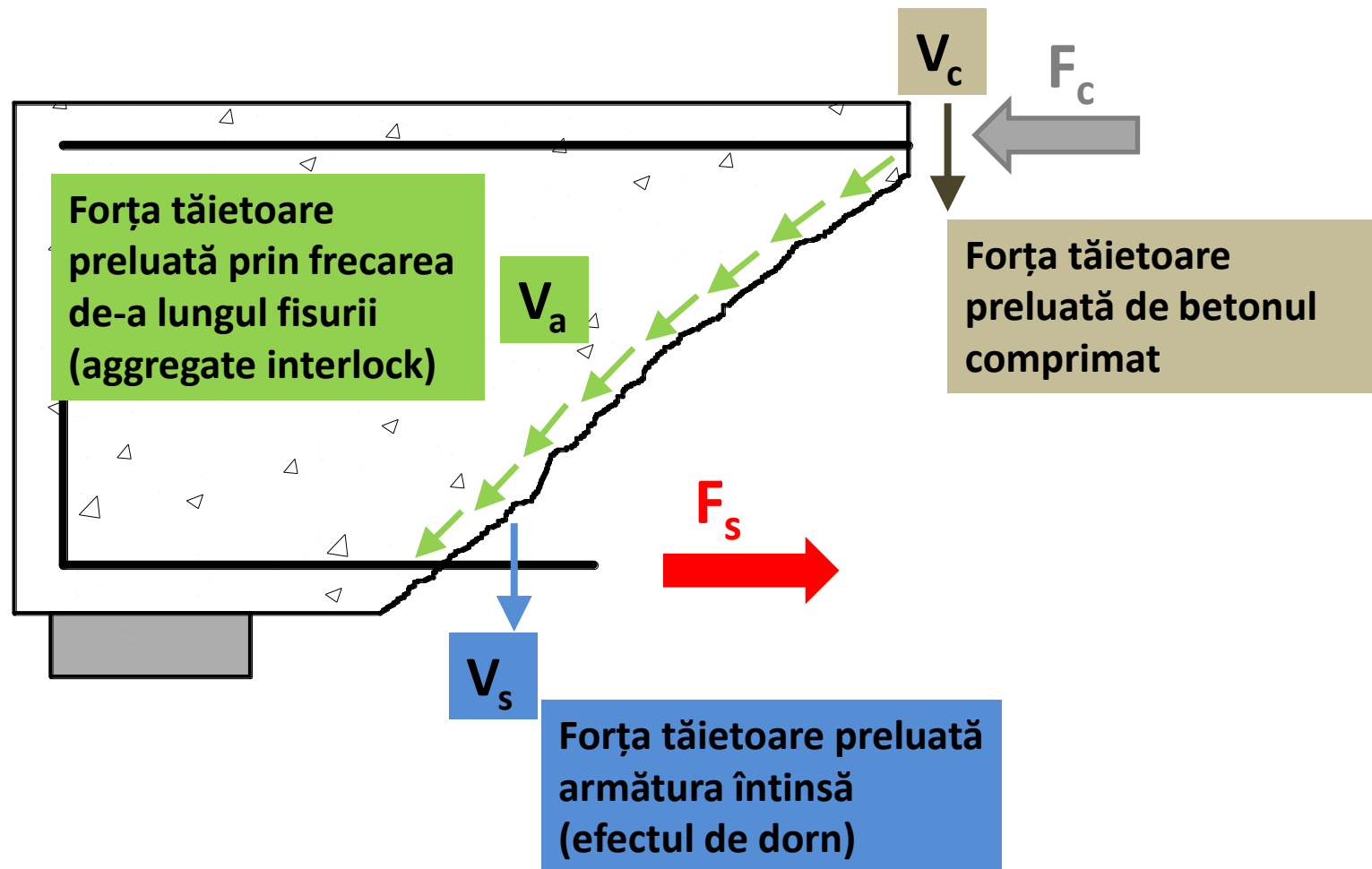
## Modul de cedare a elementelor fără armătură la forță tăietoare





## Elements without shear reinforcement / Elemente fără armătură la forță tăietoare

## Modul de cedare a elementelor fără armătură la forță tăietoare



→ Forța tăietoare preluată de betonul simplu

$$V_{Rd,c} \approx V_c + V_a + V_s$$

## Elements without shear reinforcement / Elemente fără armătură la forță tăietoare

## Forța tăietoare capabilă de calcul

$$V_{Rd,c} = \max \left( \begin{array}{l} [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \\ (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \end{array} \right)$$

Unde

$$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c \quad - \text{din A.N.}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad \rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0.02$$

$$k_1 = 0,15 \quad - \text{din A.N.}$$

$$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c < 0,2f_{cd}$$

$N_{Ed}$  - forța axială din secțiune ( $N_{Ed} > 0$  pt compresiune)

$$v_{min} = 0,035k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

## Elements without shear reinforcement / Elemente fără armătură la forță tăietoare

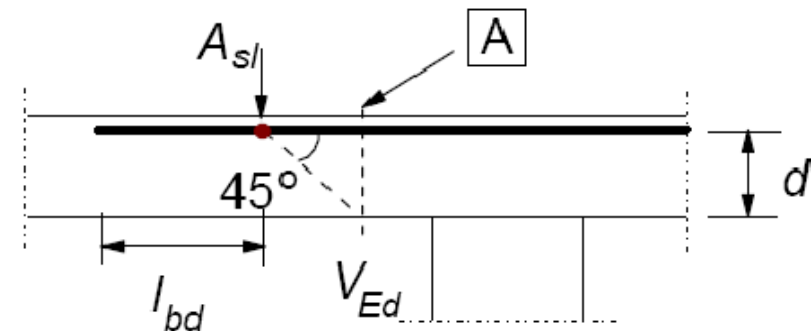
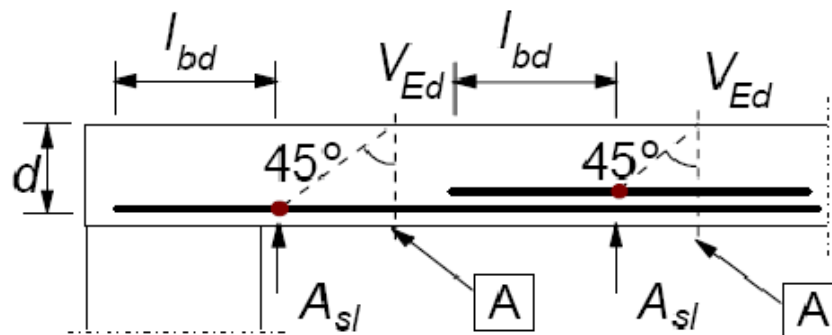
## Forța tăietoare capabilă de calcul

$$V_{Rd,c} = \max \left( \begin{array}{l} [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \\ (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \end{array} \right)$$

Unde

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0.02$$

aria secțiunii armăturilor întinse, prelungite pe o lungime  $\geq (l_{bd} + d)$  dincolo de secțiunea considerată



A - secțiunea considerată

## Elements without shear reinforcement / Elemente fără armătură la forță tăietoare

## Forța tăietoare capabilă de calcul

$$V_{Rd,c} = \max \left( \begin{array}{l} [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \\ (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \end{array} \right)$$

Prin neglijarea **efectului forței axiale** și **a aportului armăturii longitudinale**, obținem forța tăietoare capabilă de calcul (acoperitor)

$$\sigma_{cp} = 0$$

$$\rho_l = 0$$

$$V_{Rd,c} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \cdot b_w \cdot d$$

## Elements without shear reinforcement / Elemente fără armătură la forță tăietoare

**Dacă** $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$  → NU ESTE NECESARĂ ARMĂTURĂ DE FORȚĂ TĂIETOARE**Dacă** $V_{Ed} > V_{Rd,c}$  → ESTE NECESARĂ ARMĂTURĂ DE FORȚĂ TĂIETOARE

10.1 COMPORTAREA ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE LA ACȚIUNEA FORȚELOR TĂIETOARE

10.2 CALCULUL LA FORȚĂ TĂIETOARE

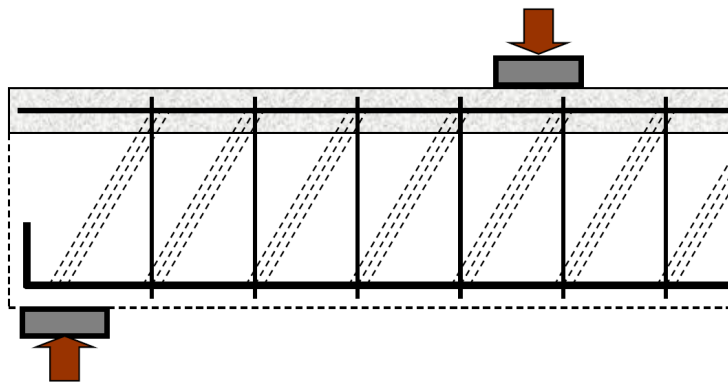
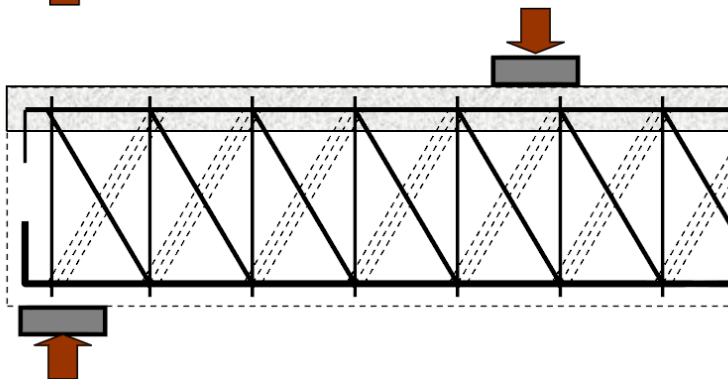
10.3 ELEMENTE FĂRĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE

**10.4 ELEMENTE CARE NECESITĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE**

10.5 CAZURI SPECIALE DE PRELUARE A FORȚEI TĂIETOARE

10.6. FORFECAREA DINTRE INIMA ȘI TALPA SECȚIUNILOR T

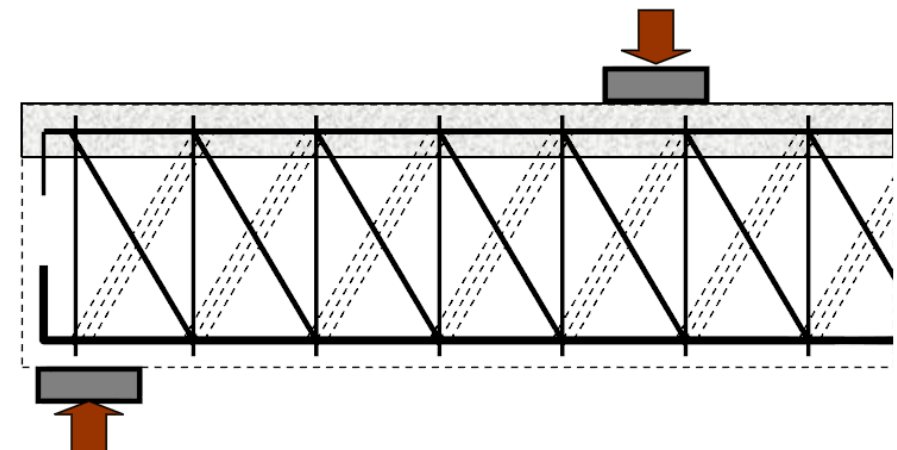
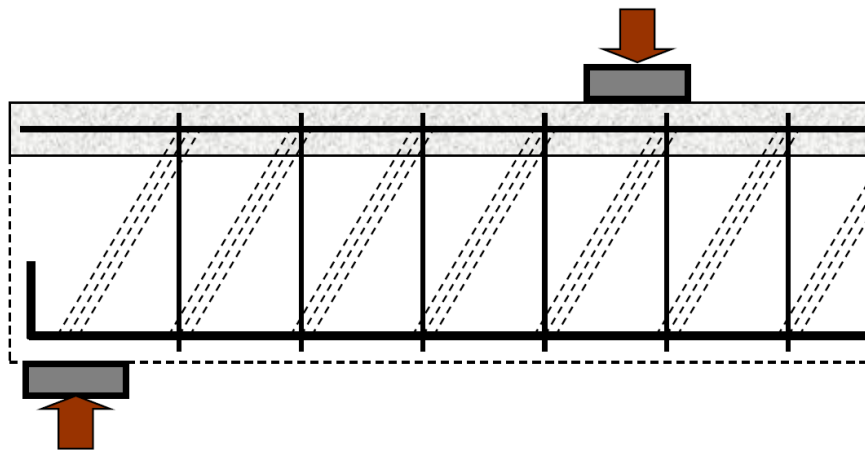
## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

**Dacă** $V_{Ed} > V_{Rd,c} \rightarrow$  ESTE NECESARĂ ARMĂTURĂ DE FORȚĂ TĂIETOARE**SCHEME DE CALCUL:** $\rightarrow$  cu etrieri $\rightarrow$  cu etrieri și armătură înclinată

(Dr. Kovács I., DE)

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

## MODURI DE CEDARE



(Dr. Kovács I., DE)

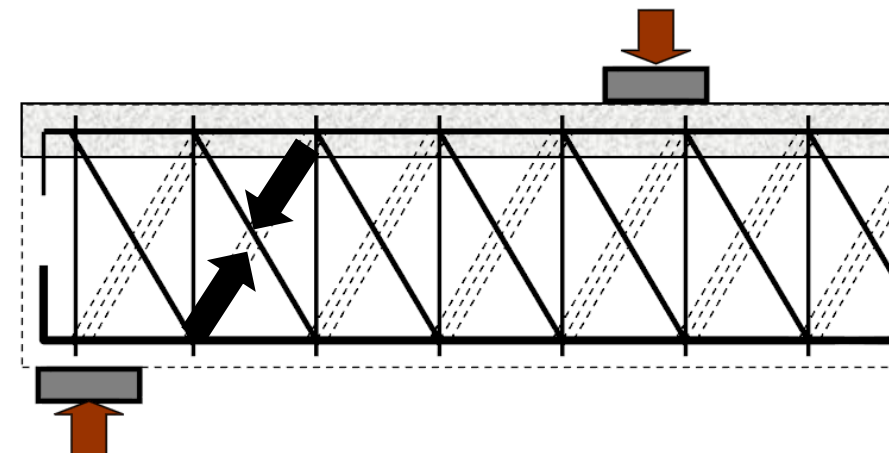
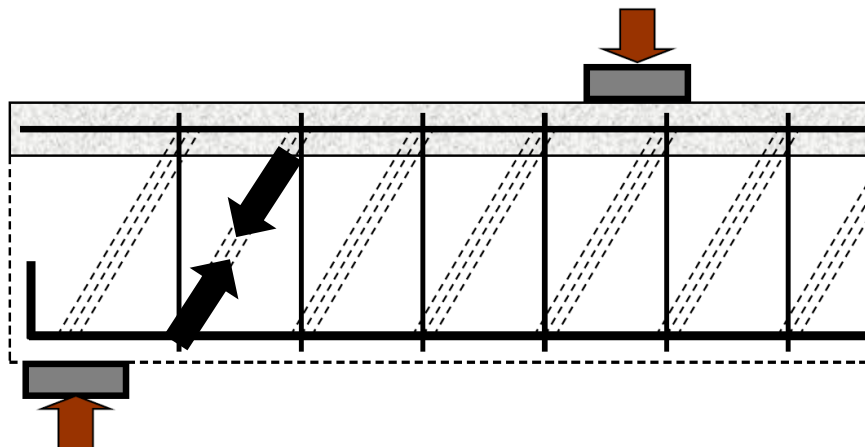


## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

## MODURI DE CEDARE

## 1. PRIN ZDROBIREA BIELEI (BETONULUI) COMPRIMAT

$$\sigma_{cd} = f_{cd} \quad \text{și} \quad \sigma_{sw} < f_{ywd} \quad \rightarrow \quad V_{Rd} = V_{Rd,max}$$



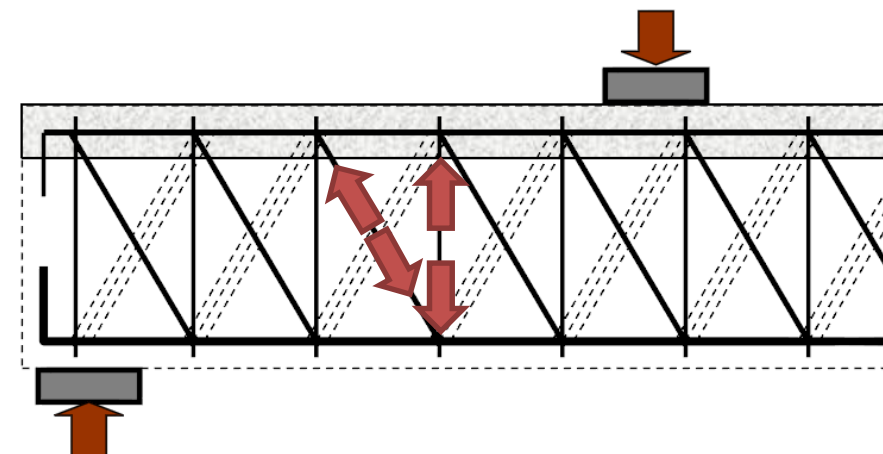
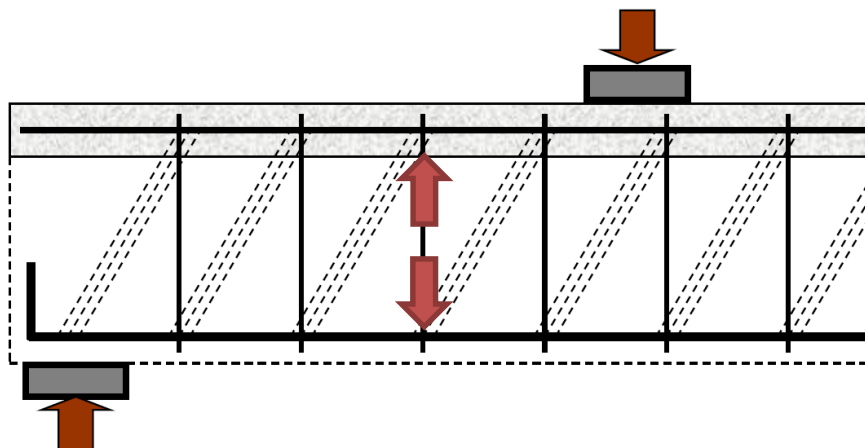
(Dr. Kovács I., DE)

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

## MODURI DE CEDARE

## 2. PRIN CURGEREA ARMĂTURII DE FORȚĂ TĂIETOARE

$$\sigma_{sw} = f_{ywd} \quad \text{și} \quad \sigma_{cd} < f_{cd} \quad \rightarrow \quad V_{Rd} = V_{Rd,s}$$



(Dr. Kovács I., DE)

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

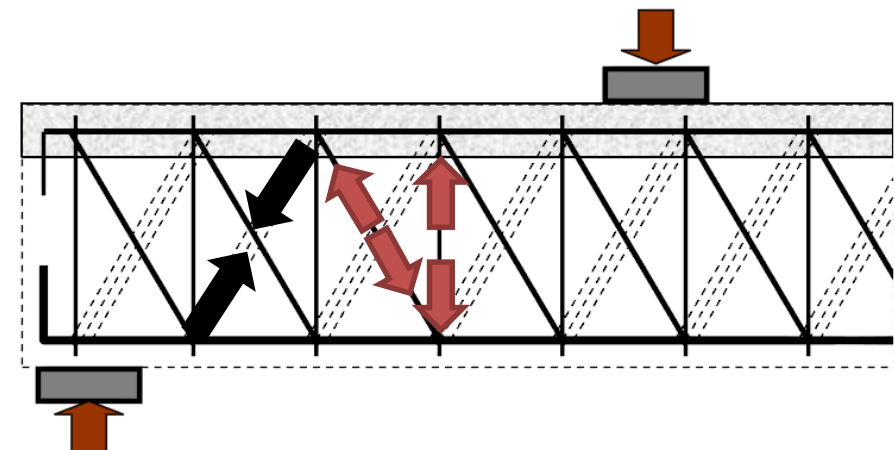
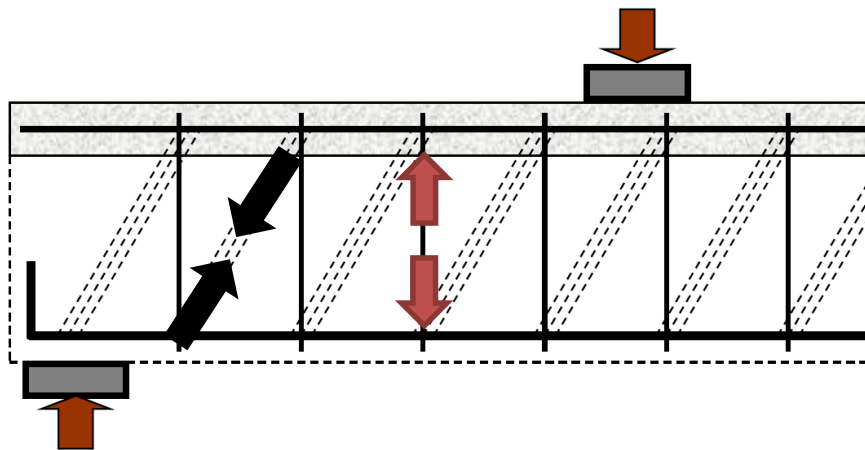
## MODURI DE CEDARE

## 1. PRIN ZDROBIREA BIELEI (BETONULUI) COMPRIMAT

$$\sigma_{cd} = f_{cd} \quad \text{și} \quad \sigma_{sw} < f_{ywd} \quad \rightarrow \quad V_{Rd} = V_{Rd,max}$$

## 2. PRIN CURGEREA ARMĂTURII DE FORȚĂ TĂIETOARE

$$\sigma_{sw} = f_{ywd} \quad \text{și} \quad \sigma_{cd} \leq f_{cd} \quad \rightarrow \quad V_{Rd} = V_{Rd,s}$$



(Dr. Kovács I., DE)

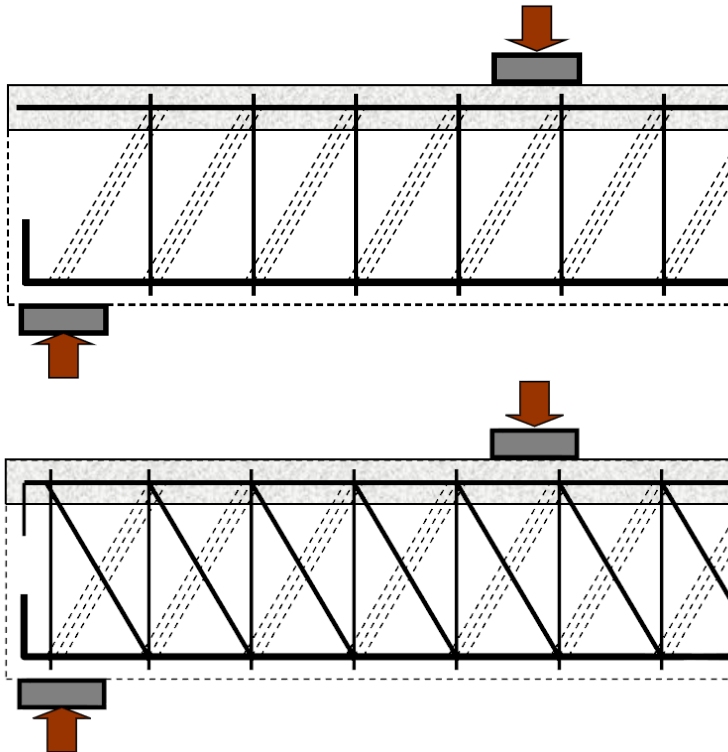
## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

**CAPACITATEA PORTANTĂ A BETONULUI ȘI A ARMĂTURII NU SE ÎNSUMEAZĂ!****Trebuie respectate condițiile:**

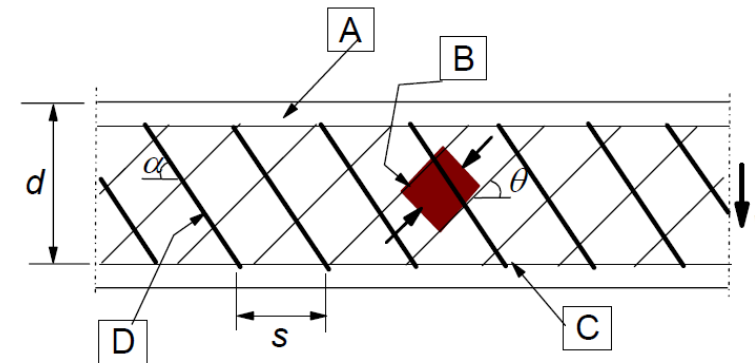
$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$$

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s}$$

Din motive de ductilitate zdrobirea betonului trebuie evitată, a.î. să se ajungă mai întâi la curgerea armăturii transversale și apoi la zdrobirea betonului.

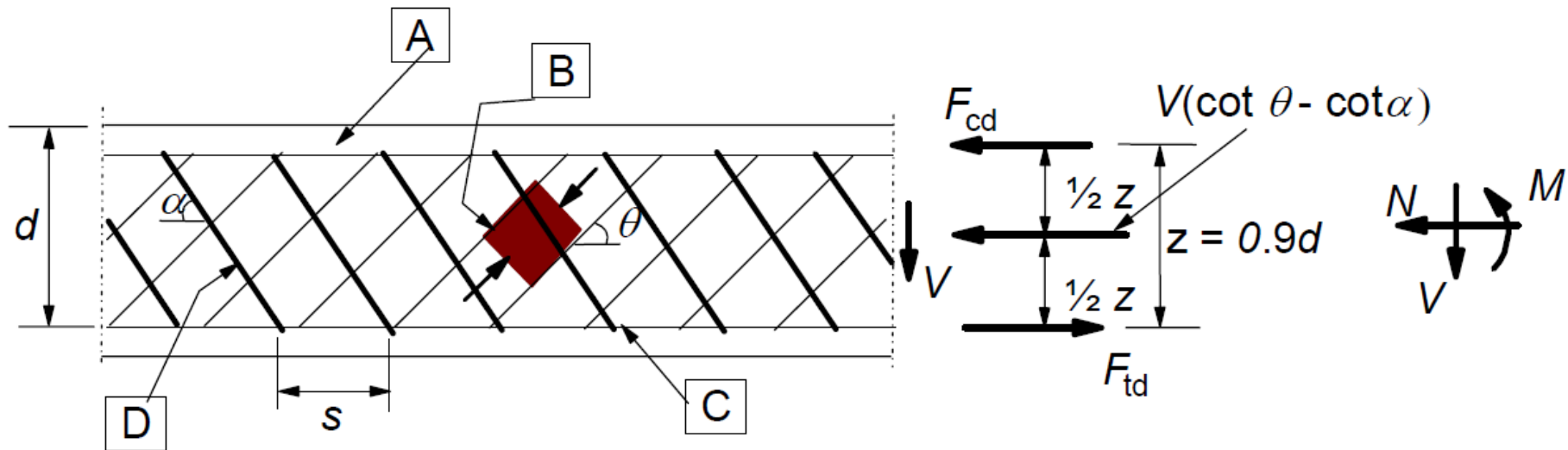


$$V_{Rd} = \min(V_{Rd,s}; V_{Rd,max})$$



## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

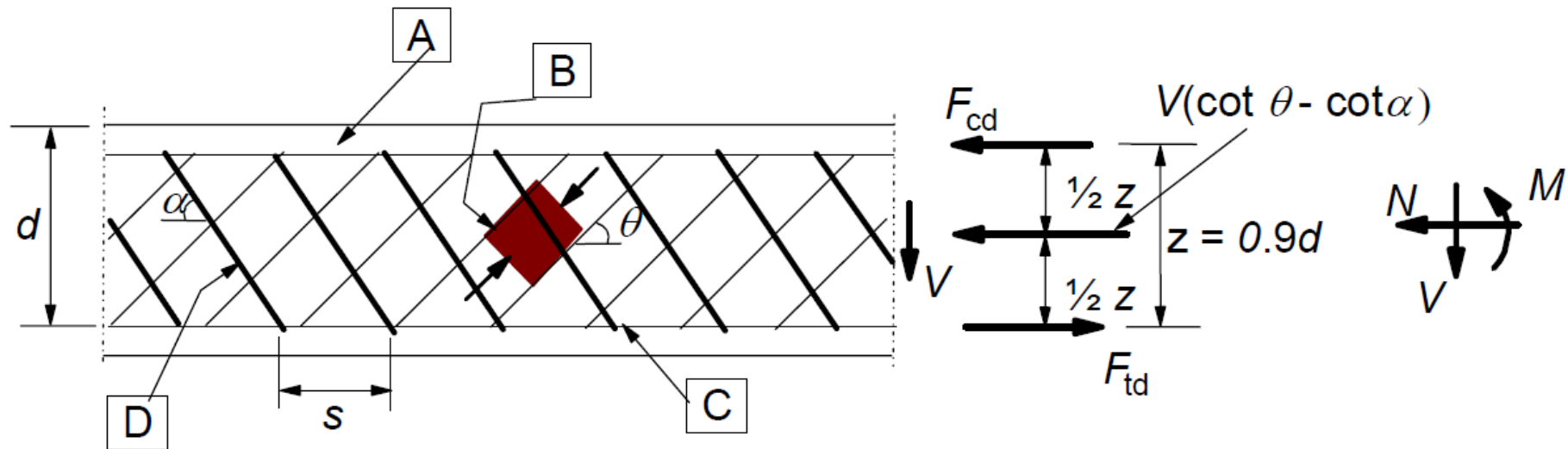
**MODELUL DE CALCUL** - cu diagonale dese, care apropie mai mult modelul de comportarea de grinda b.a.



**A** – fibra comprimată **B** - biele **C** – fibra întinsă **D** – armături de forță tăietoare

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

**MODELUL DE CALCUL** - cu diagonale dese, care apropie mai mult modelul de comportarea de grinda b.a.



**A** – fibra comprimată **B** - biele **C** – fibra întinsă **D** – armături de forță tăietoare

$\theta$  - unghiul între biela comprimată (diagonala din beton comprimat) și axul grinzii perpendicular pe direcția forței tăietoare

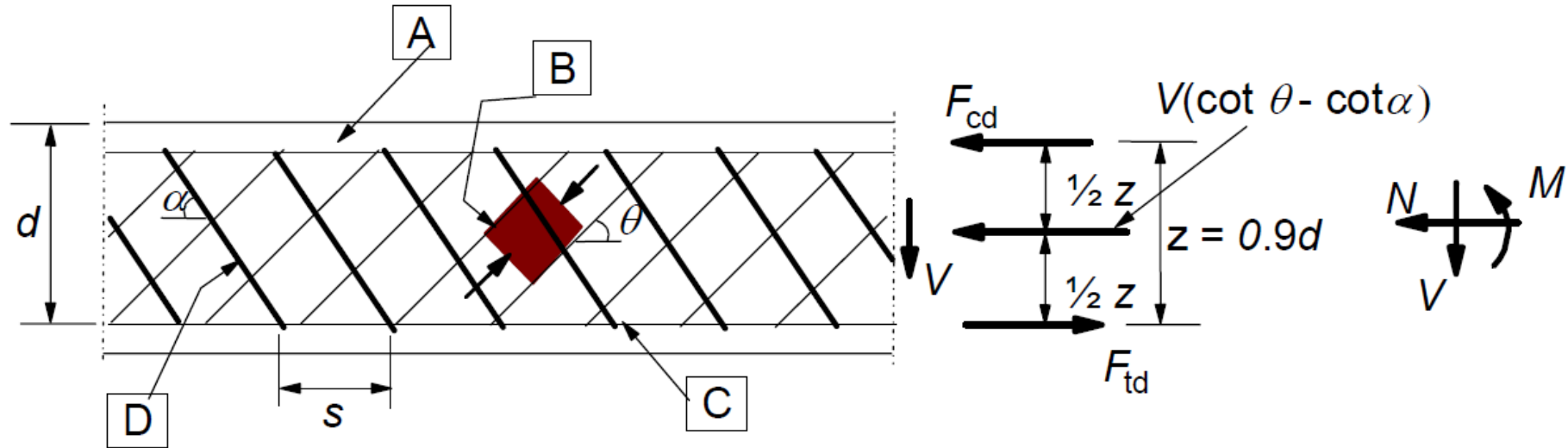
$\alpha$  - unghiul între armăturile de forță tăietoare și axul grinzii perpendicular pe direcția forței tăietoare

$F_{cd}$  - valoarea de calcul a forței de compresiune în beton

$F_{td}$  - valoarea de calcul a forței de întindere în armătură

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

## MODELUL DE CALCUL

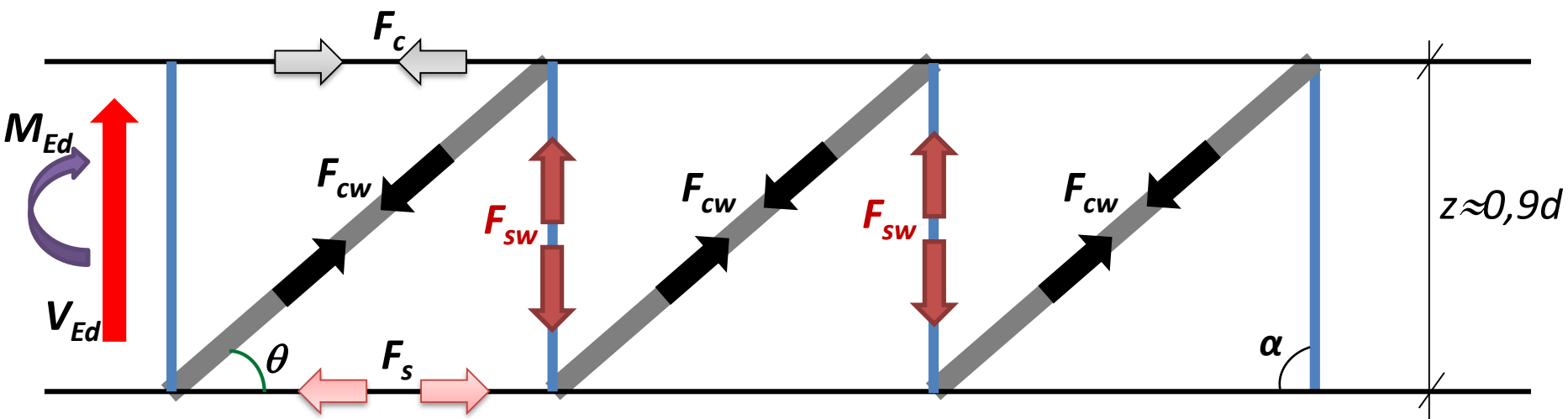


$$0,4 \leq \operatorname{ctg} \theta \leq 2,5 \quad \Leftrightarrow \quad \theta = 21,8^\circ \dots 68,2^\circ$$

$$\text{A.N.} \quad 1 \leq \operatorname{ctg} \theta \leq 2,5 \quad \Leftrightarrow \quad \theta = 21,8^\circ \dots 45^\circ$$

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

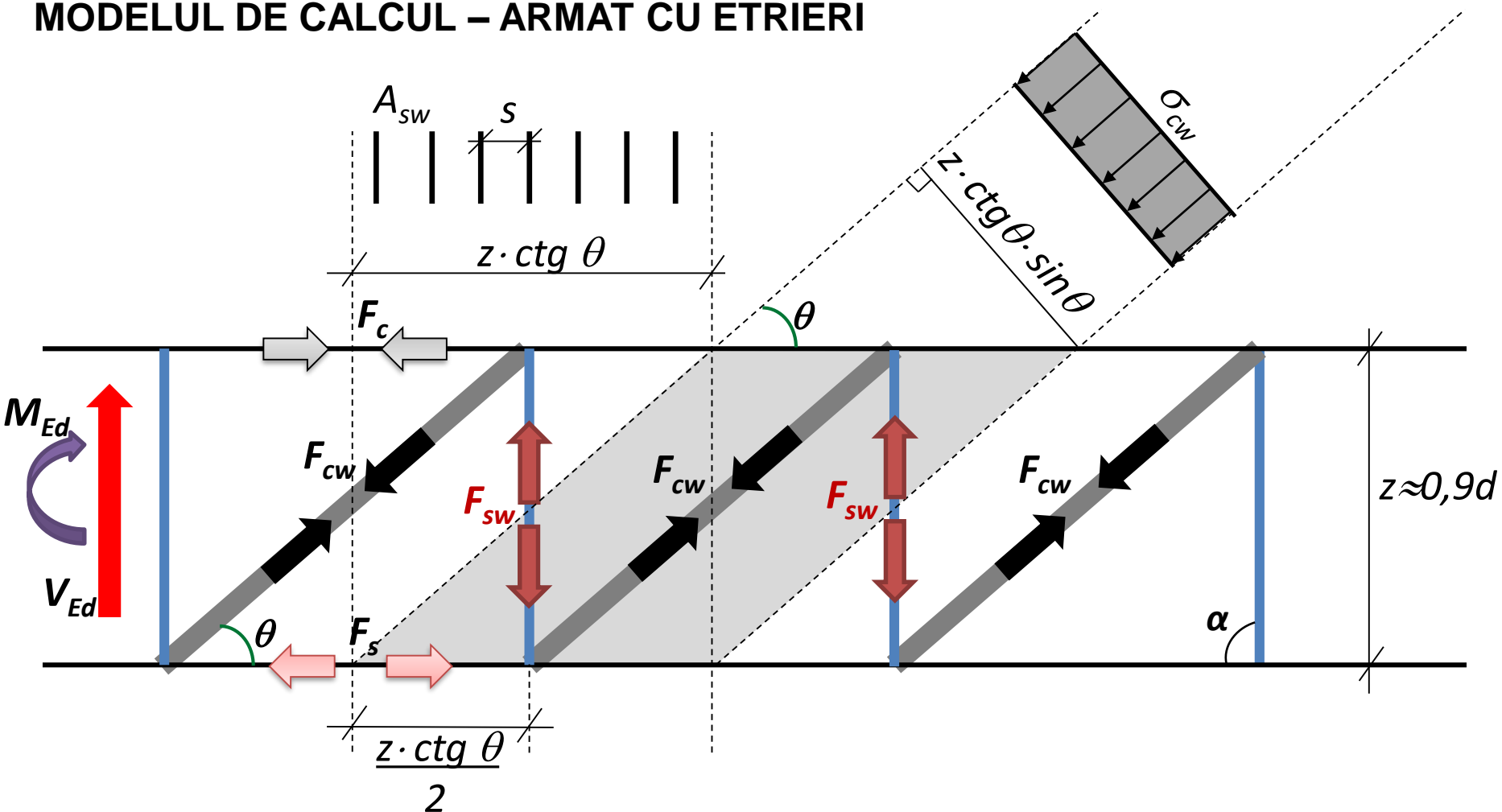
## MODELUL DE CALCUL – ARMAT CU ETRIERI





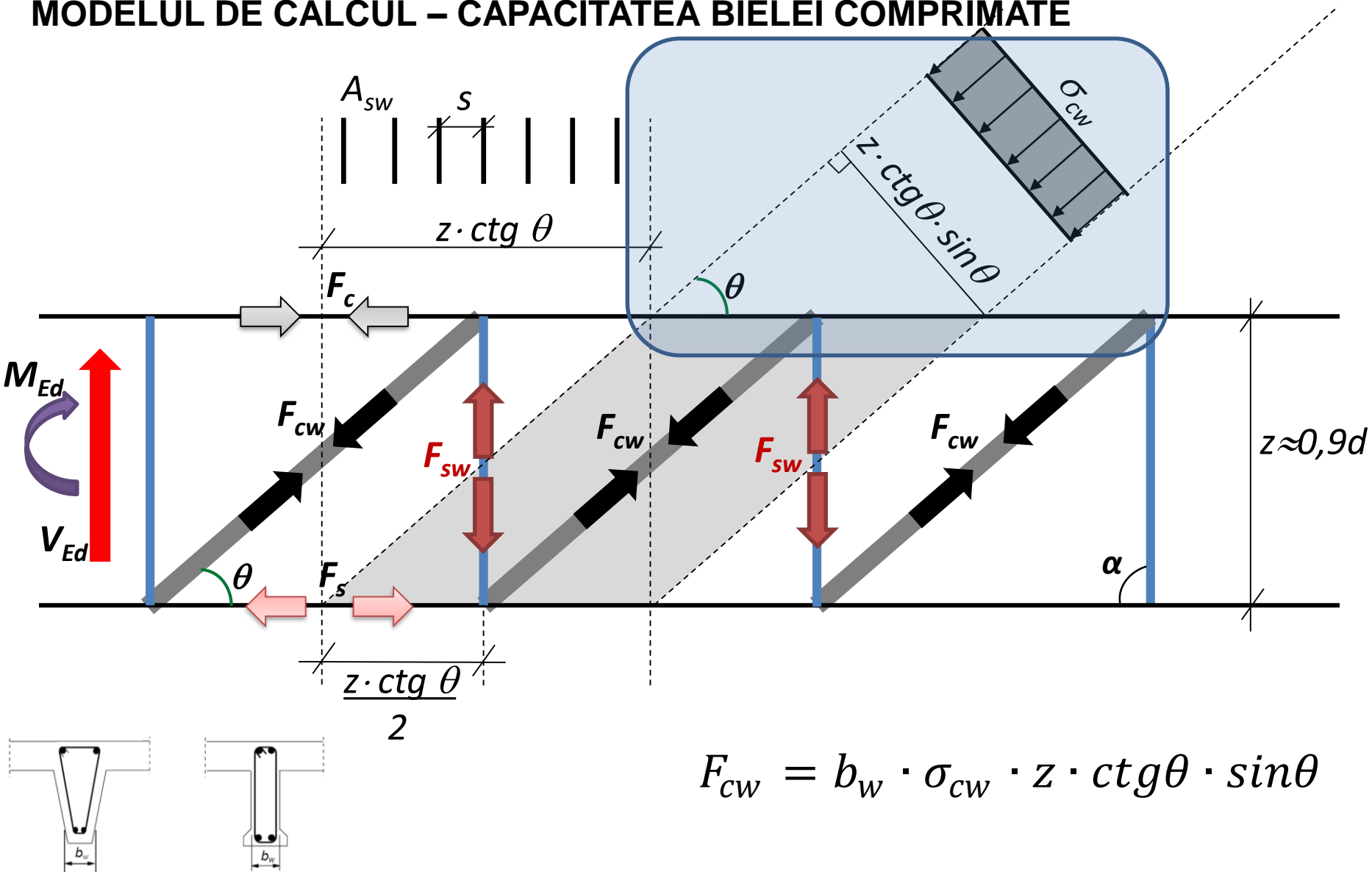
## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

## MODELUL DE CALCUL – ARMAT CU ETRIERI



## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

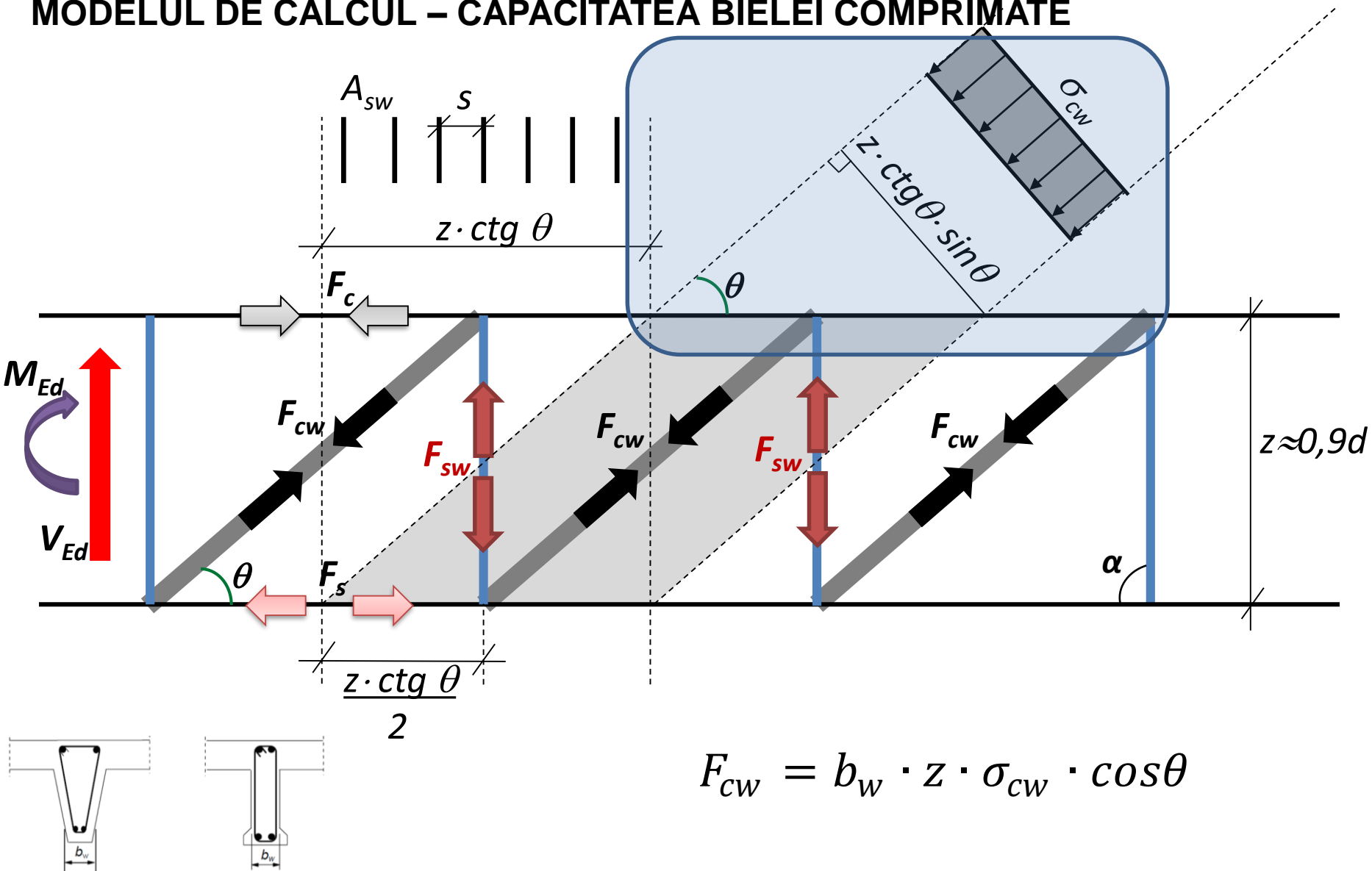
## MODELUL DE CALCUL – CAPACITATEA BIELEI COMPRESATE



$$F_{cw} = b_w \cdot \sigma_{cw} \cdot z \cdot ctg\theta \cdot \sin\theta$$

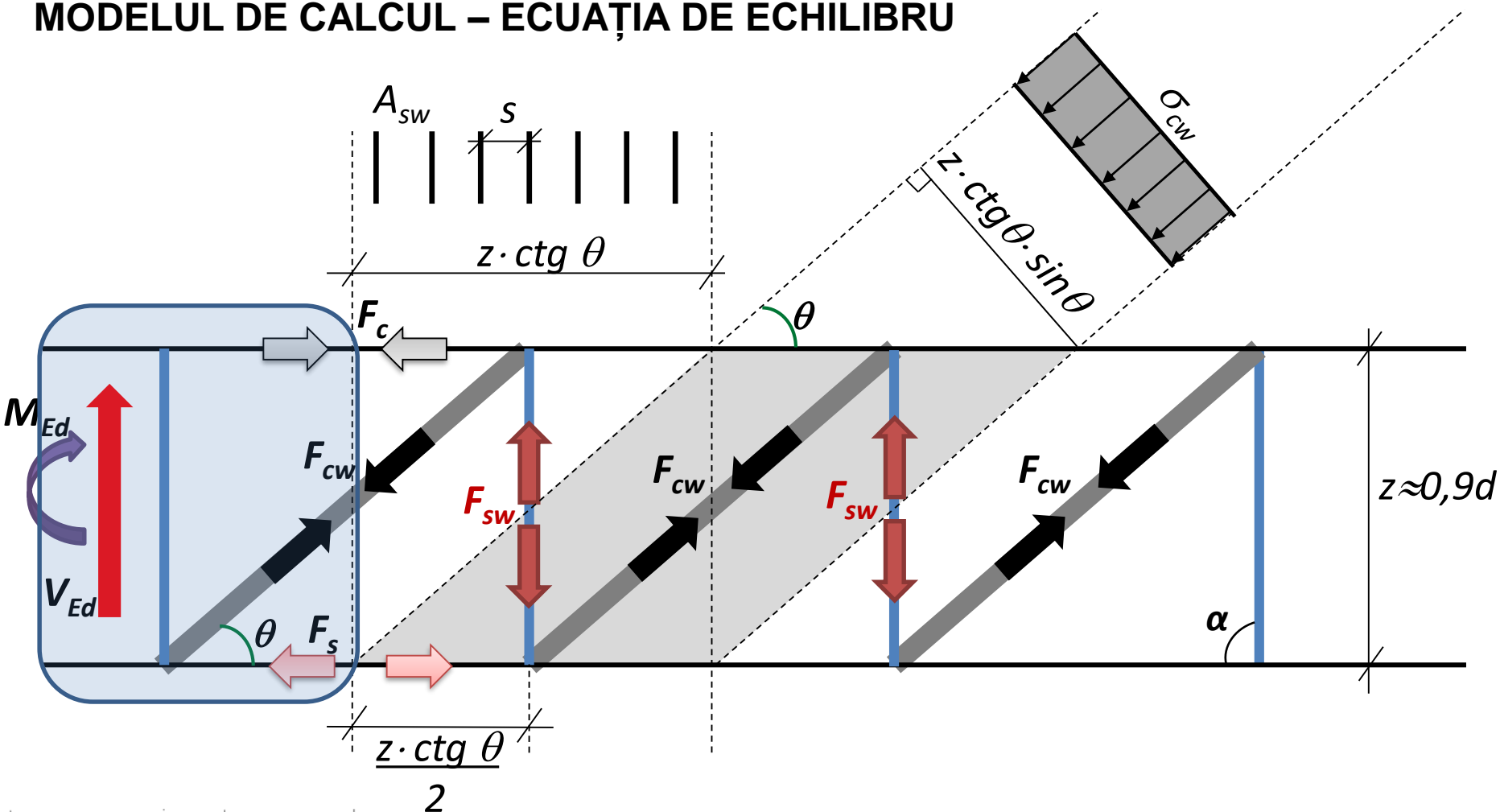
## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

## MODELUL DE CALCUL – CAPACITATEA BIELEI COMPRESATE



## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

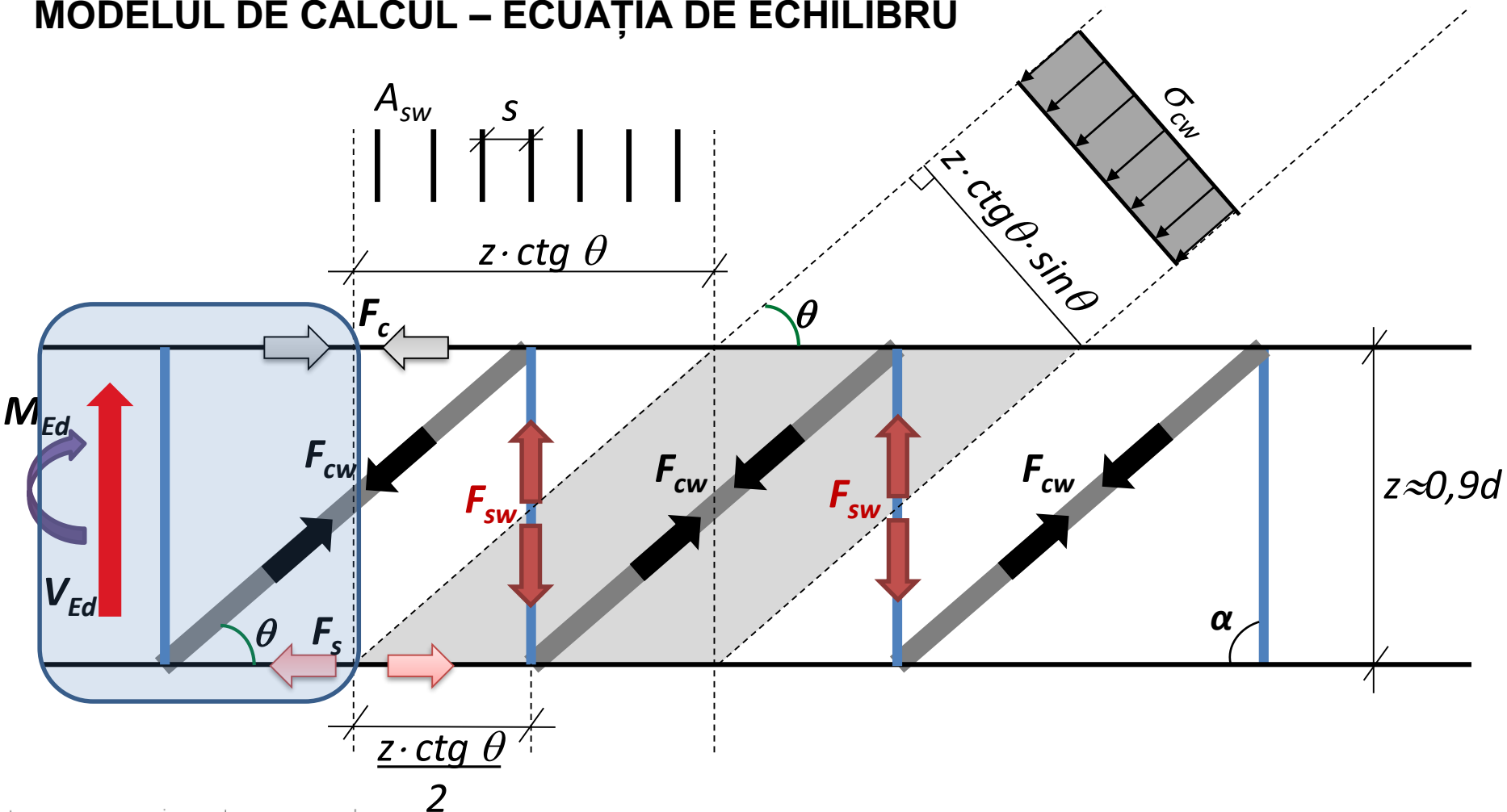
## MODELUL DE CALCUL – ECUAȚIA DE ECHILIBRU



$$V_{Ed} = F_{cw} \cdot \sin\theta$$

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

## MODELUL DE CALCUL – ECUAȚIA DE ECHILIBRU



$$V_{Ed} = b_w \cdot z \cdot \sigma_{cw} \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta$$

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

**CAPACITATEA MAXIMĂ A BIELEI COMPRESATE ( $V_{Rd,max}$ )**

$$\sigma_{cw} = \alpha_{cw} v f_{cd}$$

(reducerea rezistenței betonului)

$$\Rightarrow V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \sin\theta \cos\theta$$

Unde

$\alpha_{cw}$  - coeficient care ține seama de starea de efort în fibra comprimată

$\alpha_{cw} = 1$  pt elemente de beton armat

$\alpha_{cw} > 1$  pt elemente precomprimate

$v_1$  - coeficient de reducere a rezistenței betonului fisurat la forță tăietoare

$$v_1 = v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (\text{A.N.})$$

$$\sin\theta \cos\theta = \frac{1}{\text{tg}\theta + \text{ctg}\theta}$$

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

**CAPACITATEA MAXIMĂ A BIELEI COMPRESATE ( $V_{Rd,max}$ )**

$$\sigma_{cw} = f_{cd}$$

$$\Rightarrow V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \sin\theta \cos\theta$$

Unde

$\alpha_{cw}$  - coeficient care ține seama de starea de efort în fibra comprimată

$\alpha_{cw} = 1$  pt elemente de beton armat

$\alpha_{cw} > 1$  pt elemente precomprimate

$v_1$  - coeficient de reducere a rezistenței betonului fisurat la forță tăietoare

$$v_1 = v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (\text{A.N.})$$

$$\sin\theta \cos\theta = \frac{1}{\text{tg}\theta + \text{ctg}\theta}$$

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

**CAPACITATEA MAXIMĂ A BIELEI COMPRESATE ( $V_{Rd,max}$ )**

$$\sigma_{cw} = f_{cd}$$

$$\Rightarrow V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} / (tg\theta + ctg\theta)$$

Unde

$\alpha_{cw}$  - coeficient care ține seama de starea de efort în fibra comprimată

$\alpha_{cw} = 1$  pt elemente de beton armat

$\alpha_{cw} > 1$  pt elemente precomprimate

$v_1$  - coeficient de reducere a rezistenței betonului fisurat la forță tăietoare

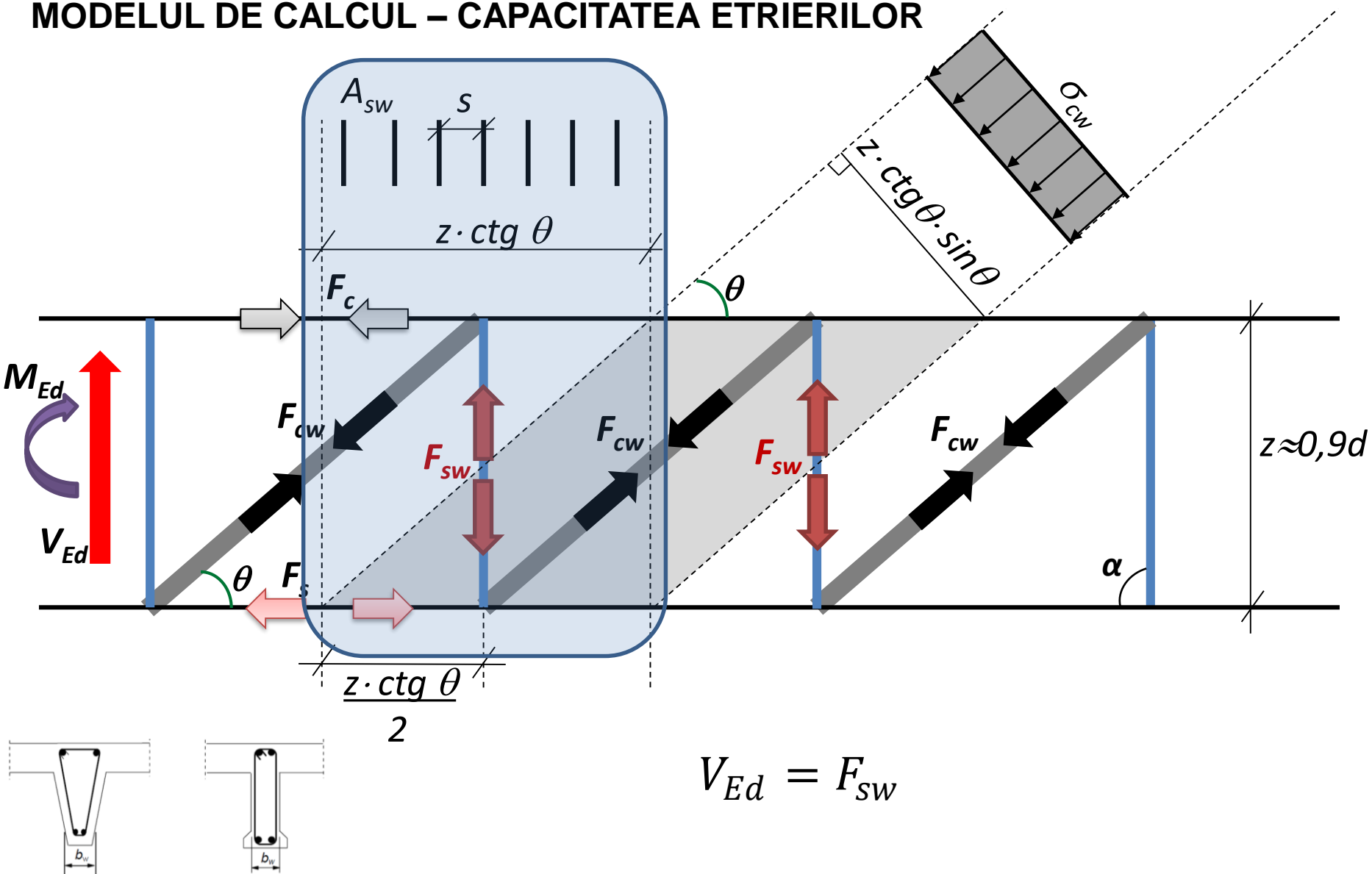
$$v_1 = v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (\text{A.N.})$$

$$\sin\theta \cos\theta = \frac{1}{tg\theta + ctg\theta}$$



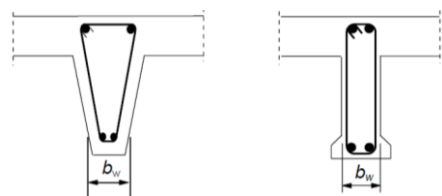
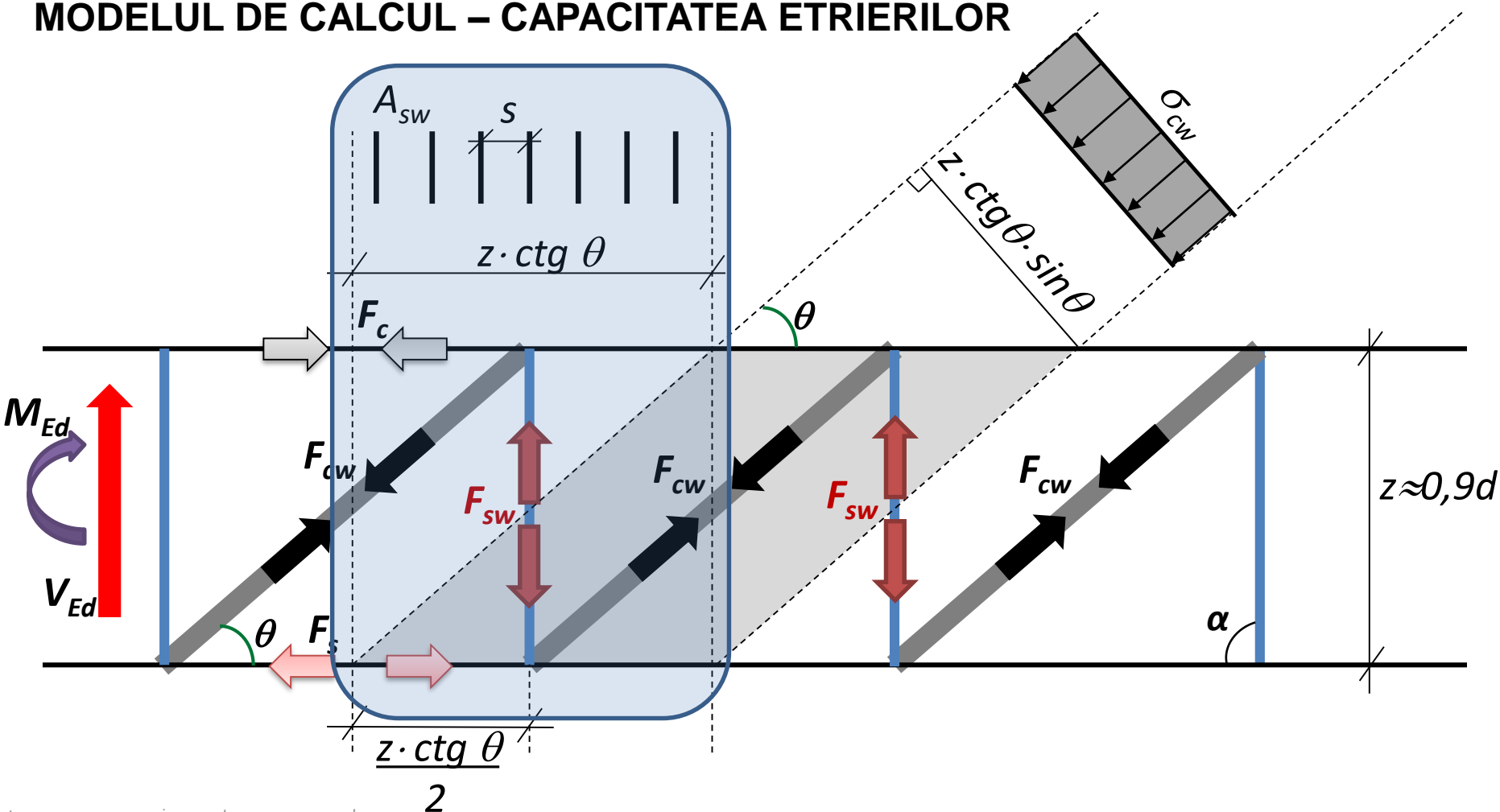
## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

## MODELUL DE CALCUL – CAPACITATEA ETRIERILOR



## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

## MODELUL DE CALCUL – CAPACITATEA ETRIERILOR

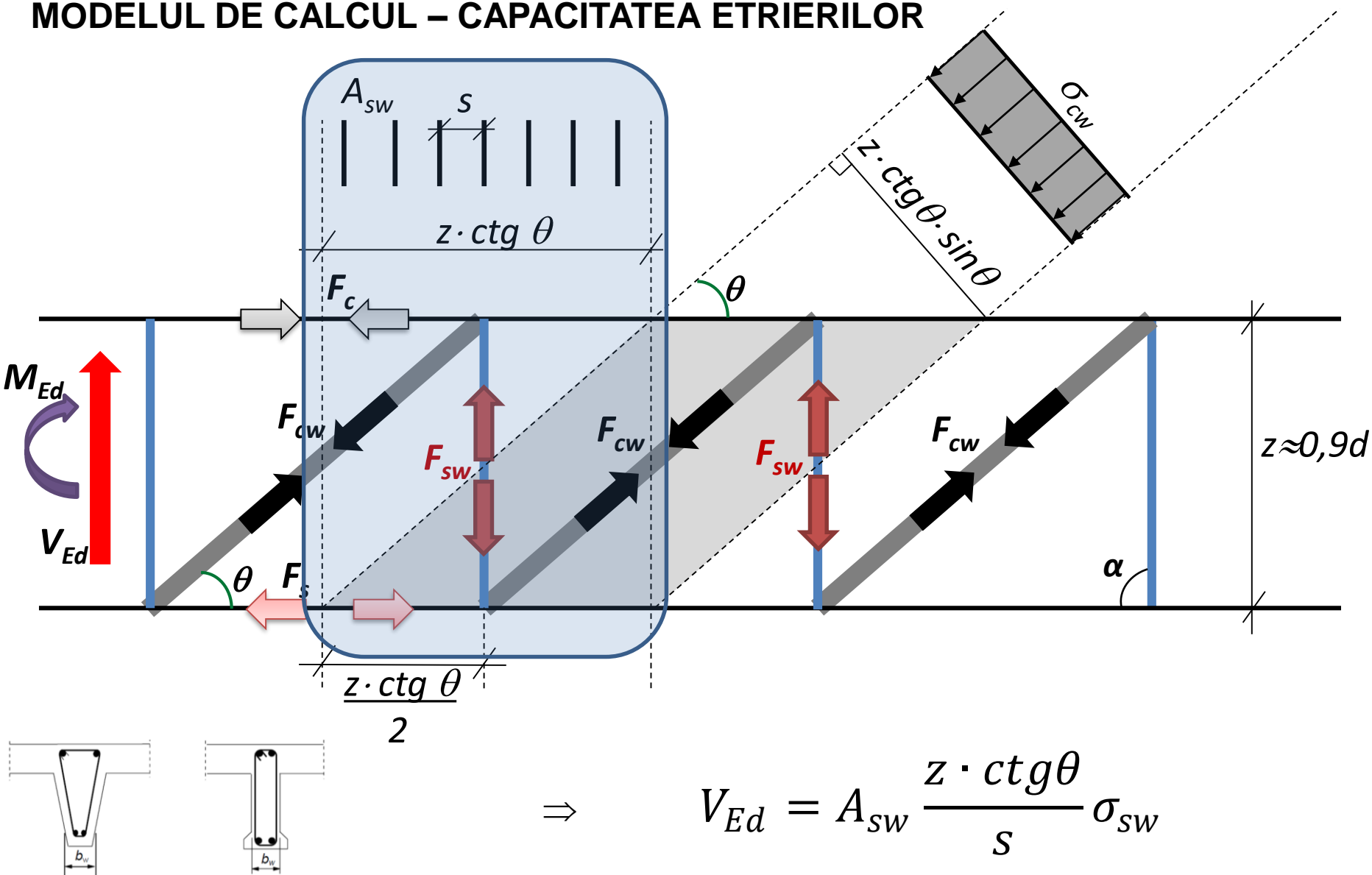


unde

$$F_{sw} = A_{sw} \frac{z \cdot \text{ctg } \theta}{s} \sigma_{sw}$$

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

## MODELUL DE CALCUL – CAPACITATEA ETRIERILOR



$$\Rightarrow V_{Ed} = A_{sw} \frac{z \cdot \text{ctg } \theta}{s} \sigma_{sw}$$

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

CAPACITATEA LA FORFECARE A ETRIERILOR ( $V_{Rd,s}$ )

$$\sigma_{sw} = f_{ywd}$$

$$\Rightarrow V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta$$

Unde

$A_{sw}$  - aria secțiunii armăturilor pt forță tăietoare

$s$  - distanța dintre etrieri

$f_{ywd}$  - rezistența de calcul a armătrurilor pt forță tăietoare

Obs:

Dacă  $v_1 = 0,6$  → se va utiliza  $0.8f_{ywk}$

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

## CONDIȚII DE DUCTILITATE ÎN CAZUL ARMĂRILOR CU ETRIERI

$$\Rightarrow V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max}$$

$$\Rightarrow \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta \leq \alpha_{cw} b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} / (tg\theta + ctg\theta)$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{ywd} \leq b_w \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot \frac{1}{1+ctg^2\theta}$$

→ Condiția limitează cantitatea de etrieri din condiții de ductilitate

Pentru  $\theta = 45^\circ \quad \rightarrow ctg\theta = 1$

$$\Rightarrow \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq 0,5v_1 \cdot f_{cd}$$

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

## CALCULUL DIRECT AL ETRIERILOR

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta$$

din condiția de utilizare rațională a etrierilor  $V_{Rd,s} = V_{Ed}$

$$\Rightarrow V_{Ed} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta$$

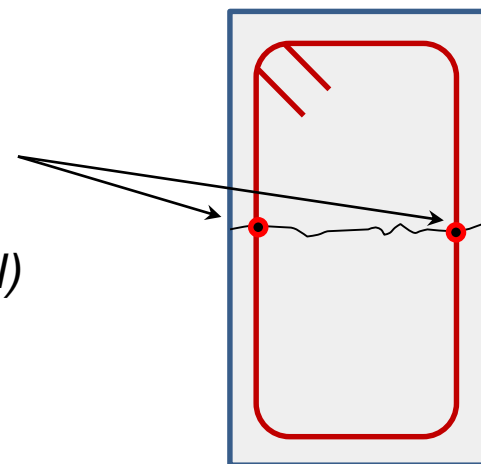
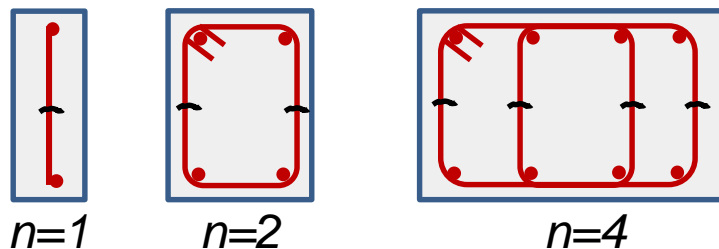
$$\Rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta}$$

**V1.** Se impune diametrul ( $\phi$ ) etrierului

$$\Rightarrow A_{sw} = nA_s$$

( $n = nr$  ramuri!!!)

$$\Rightarrow s \quad (\text{pasul})$$



**V2.** Se impune pasul ( $s$ ) etrierului  $\Rightarrow A_{sw} \rightarrow$  se utilizează la grinzi antiseismice, unde în zonele critice este limitată distanța maximă

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

## FORȚA TĂIETOARE CAPABILĂ A ELEMENTELOR ARMATE CU BARE ÎNCLINATE

Este cea mai mică dintre

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} (ctg\theta + ctg\alpha) \sin\alpha$$

și

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \frac{(ctg\theta + ctg\alpha)}{1 + ctg^2\theta}$$

respectiv trebuie îndeplinită și condiția privind limitarea cantității armăturii de forfecare ( $ctg\theta = 1$ ):

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq 0,5 \frac{v_1 \cdot f_{cd}}{\sin\alpha}$$

## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forță tăietoare

**ALEGEREA UNGHIULUI  $\theta$** 

Asumând ca  $V_{Rd,max} = V_{Ed}$

$$\Rightarrow \theta = 0,5 \arcsin \left[ \frac{v_{Ed}}{0,2 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{ck}} \right]$$

unde  $v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{b_w z}$

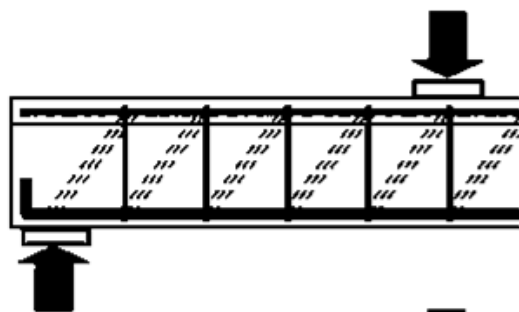


## Elements requiring shear reinforcement / Elemente care necesită armătură la forța tăietoare

## FORȚA TĂIETOARE CAPABILĂ A ELEMENTELOR ARMATE CU

## ETRIERI ȘI BARE ÎNCLINATE

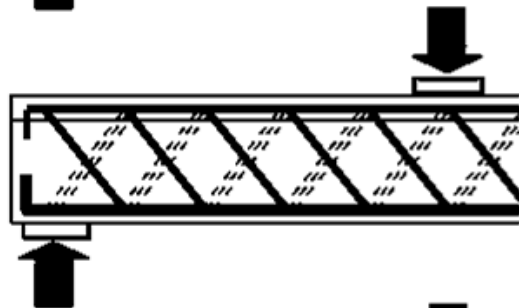
CAZURI PARTICULARE:



$$\theta = 45^{\circ}$$

$$\alpha = 90^{\circ}$$

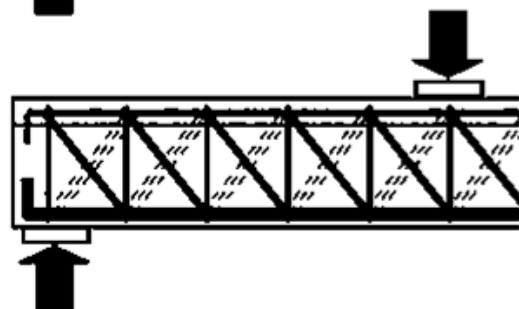
$$V_{Rd,s}^s = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s_s}$$



$$\theta = 45^{\circ}$$

$$\alpha = 45^{\circ}$$

$$V_{Rd,s}^b = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s_s} \cdot \sqrt{2}$$



$$\theta = 45^{\circ}$$

$$V_{Rd,s} = V_{Rd,s}^s + V_{Rd,s}^b$$

(Dr. Kovács I., DE)

10.1 COMPORTAREA ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE LA ACȚIUNEA FORȚELOR TĂIETOARE

10.2 CALCULUL LA FORȚĂ TĂIETOARE

10.3 ELEMENTE FĂRĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE

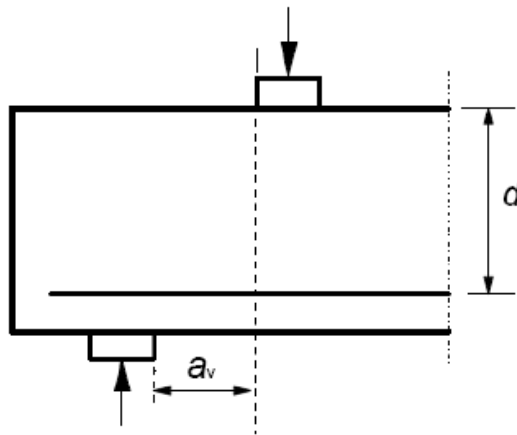
10.4 ELEMENTE CARE NECESITĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE

**10.5 CAZURI SPECIALE DE PRELUARE A FORȚEI TĂIETOARE**

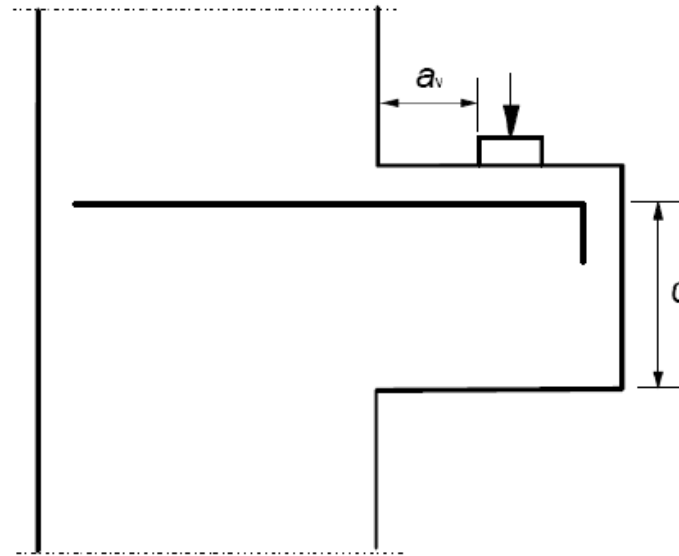
10.6. FORFECAREA DINTRE INIMA ȘI TALPA SECȚIUNILOR T

## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

## ÎNCĂRCĂRI APLICATE ÎN VECINĂTATEA REAZEMELEOR



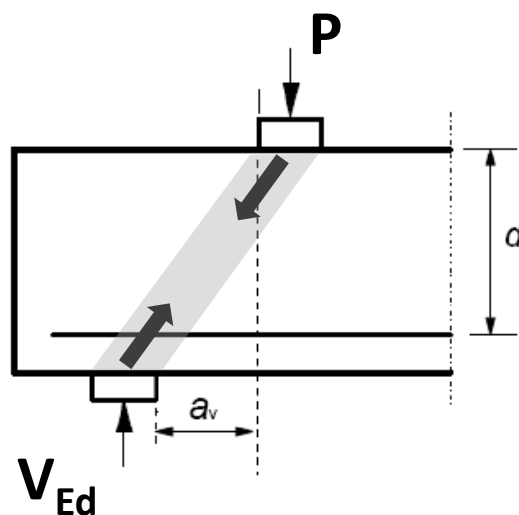
(a) Grindă cu reazem simplu



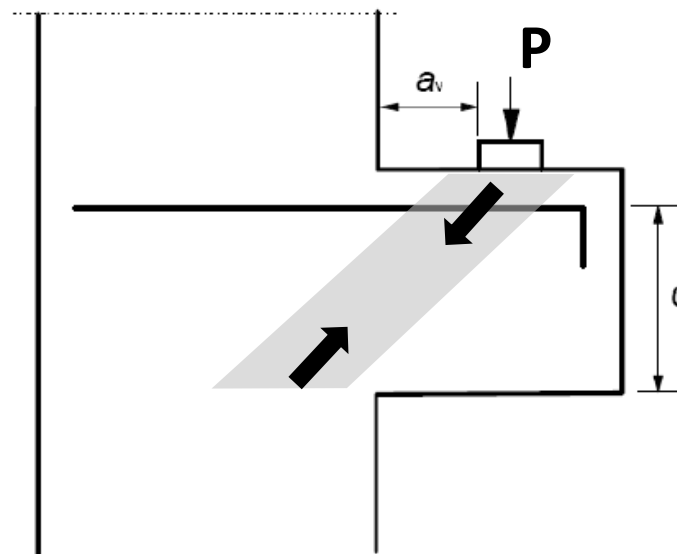
(b) Consolă scurtă

## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

## ÎNCĂRCĂRI APLICATE ÎN VECINĂTATEA REAZEMELEOR



(a) Grindă cu reazem simplu



(b) Consolă scurtă

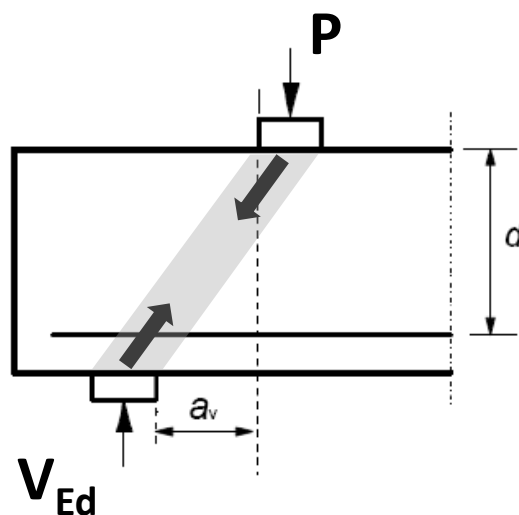
Pe distanța  $0,5d \leq a_v \leq 2d$  forța  $V_{Ed}$  poate fi micșorată cu  $\beta = a_v / 2d$

$$\rightarrow V_{Ed} = \beta \cdot P$$

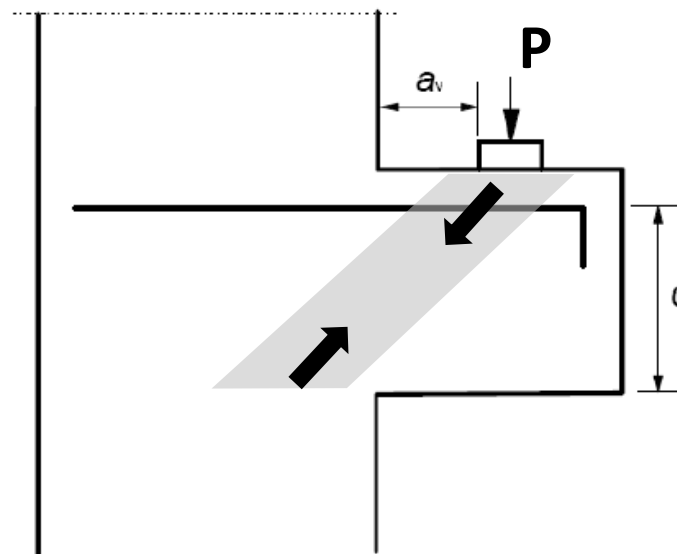
Dacă  $a_v \leq 0,5d \rightarrow a_v = 0,5d$

## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

## ÎNCĂRCĂRI APLICATE ÎN VECINĂTATEA REAZEMELEOR



(a) Grindă cu reazem simplu



(b) Consolă scurtă

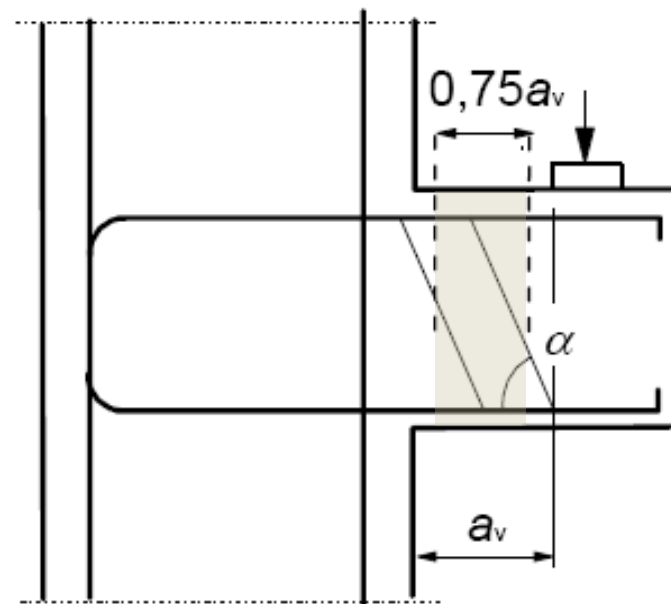
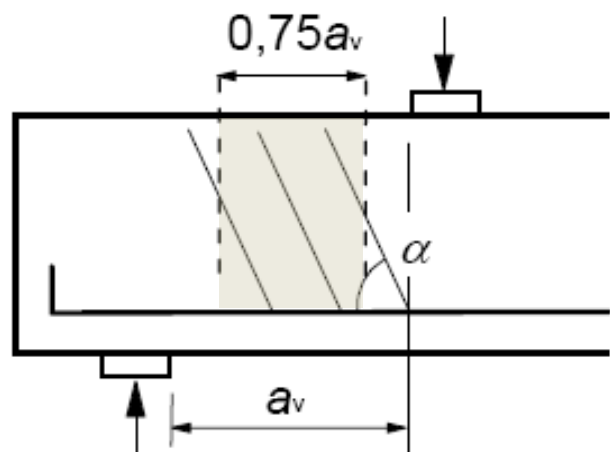
Însă  $V_{Ed}$  calculată fără aplicarea reducerii  $\beta$  trebuie să satisfacă următoarea condiție:

$$V_{Ed} \leq 0,5 b_w d v f_{cd}$$

$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$$

## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

## ÎNCĂRCĂRI APLICATE ÎN VECINĂTATEA REAZEMELEOR



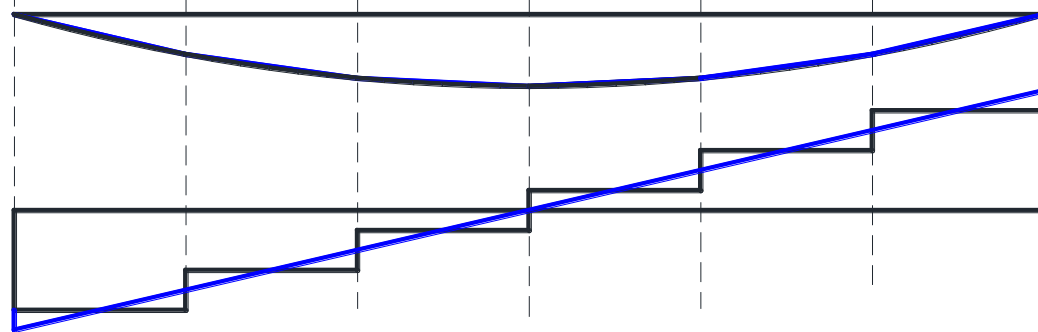
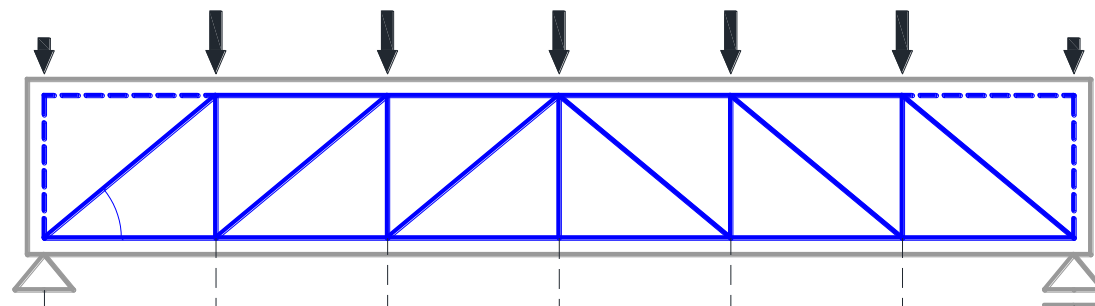
În cazul în care la elementele cu încărcări concentrate s-a luat în considerare reducerea prin  $\beta$  a forței tăietoare de calcul  $V_{Ed}$ , aceasta trebuie să respecte și relația

$$V_{Ed} \leq A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha$$

Unde  $A_{sw}$  este armătura transversală care este intersectată de fisura înclinată dintre forța concentrată și reazem, luând în considerare doar armăturile de pe intervalul  $0,75d$ .

## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

## FORȚA TĂIETOARE SUPPLEMENTARĂ ÎN ARMĂTURILE LONGITUDINALE

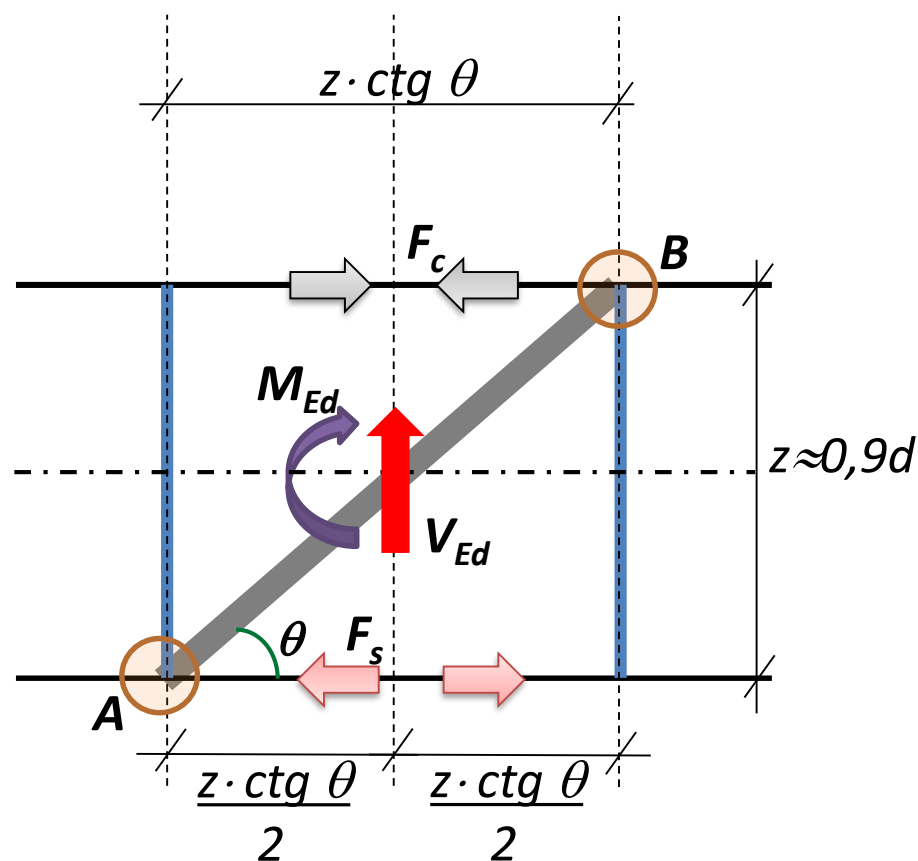


$$M_{\text{zăbrele}} \leq M_{Ed}$$

$$V_{\text{zăbrele}} \leq V_{Ed}$$

## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

## FORȚA TĂIETOARE SUPPLEMENTARĂ ÎN ARMĂTURILE LONGITUDINALE



$$(\Sigma M)_A: M_{Ed} - V_{Ed} \cdot z \cdot \frac{\text{ctg} \theta}{2} = F_c \cdot z$$

$$(\Sigma M)_B: M_{Ed} + V_{Ed} \cdot z \cdot \frac{\text{ctg} \theta}{2} = F_s \cdot z$$

$$F_c = \frac{M_{Ed}}{z} - 0,5V_{Ed} \cdot \text{ctg} \theta$$

Compresiunea scade datorită  $V_{Ed}$

$$F_s = \frac{M_{Ed}}{z} + 0,5V_{Ed} \cdot \text{ctg} \theta$$

Întinderea crește datorită  $V_{Ed}$



## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

## FORȚA TĂIETOARE SUPPLEMENTARĂ ÎN ARMĂTURILE LONGITUDINALE

Forța tăietoare suplimentară în armăturile longitudinale poate fi calculată cu:

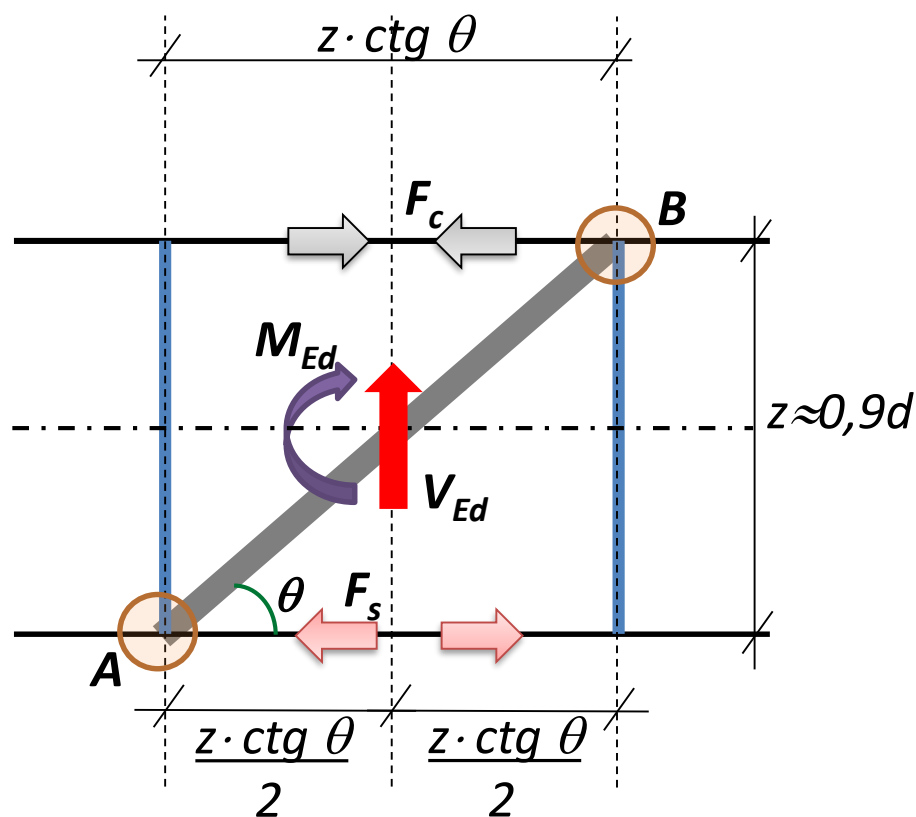
$$\Delta F_{td} = 0,5V_{Ed}(ctg\theta - ctg\alpha)$$

unde se recomandă ca

$$M_{Ed}/z + \Delta F_{td} \leq M_{Ed,max}/z$$

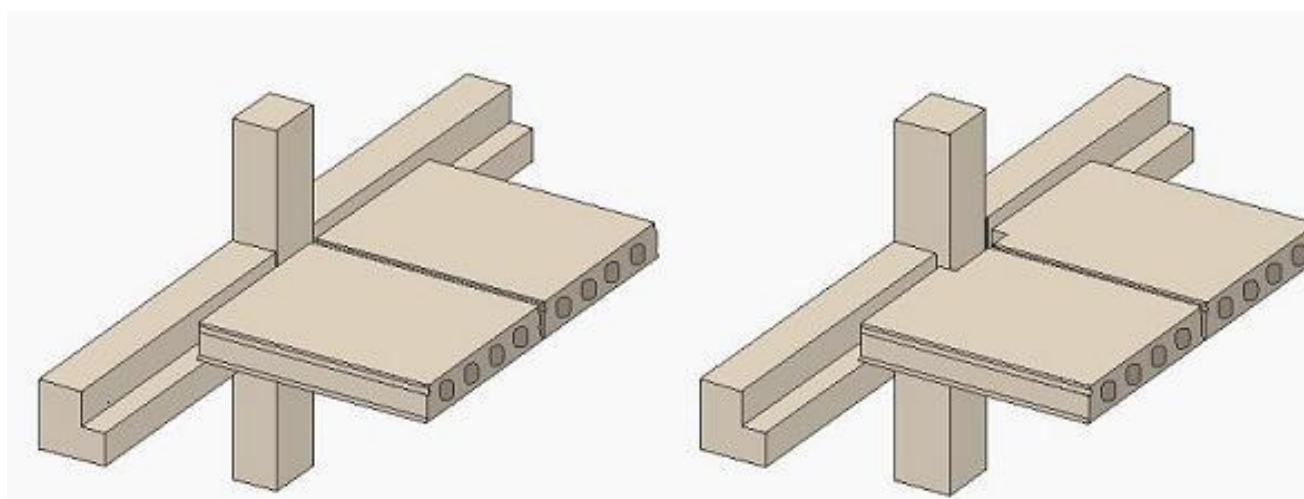
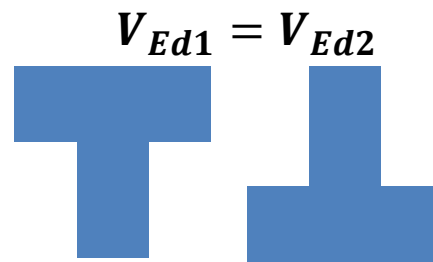
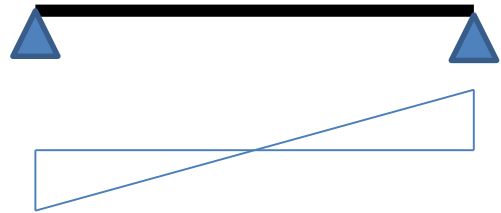
$A_s$

$M_{Ed,max}$  fiind momentul maxim de pe grindă



## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

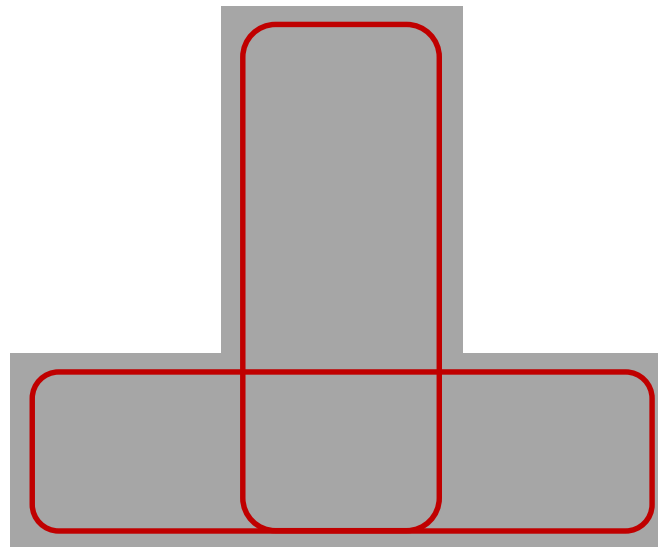
## FORȚA APLICATĂ PE PARTEA INFERIOARĂ



## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

**FORȚA APLICATĂ PE PARTEA INFERIOARĂ**

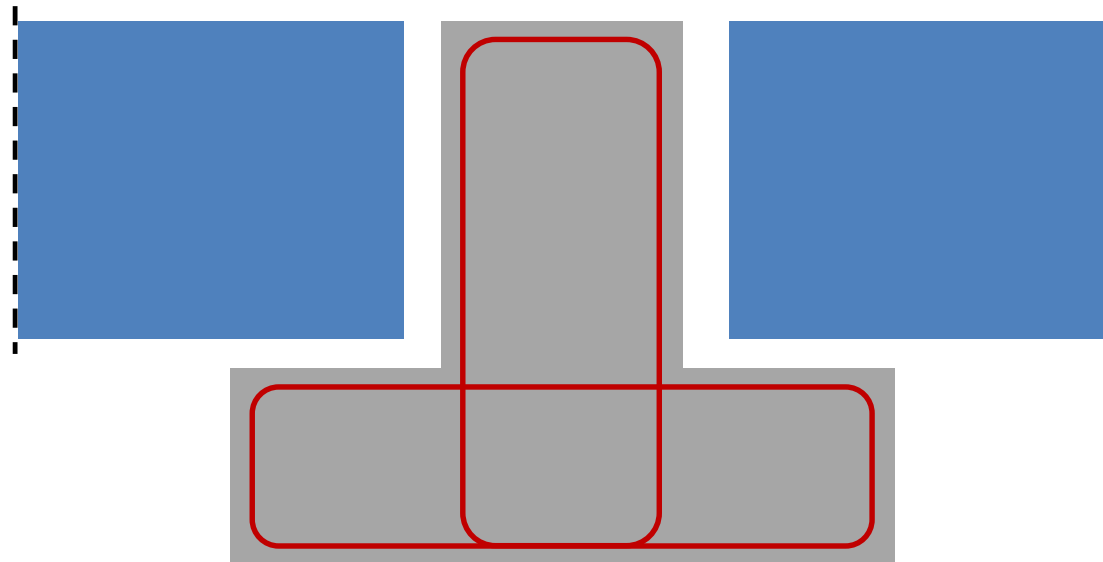
→ Este necesară armătură suspendată



## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

**FORȚA APLICATĂ PE PARTEA INFERIOARĂ**

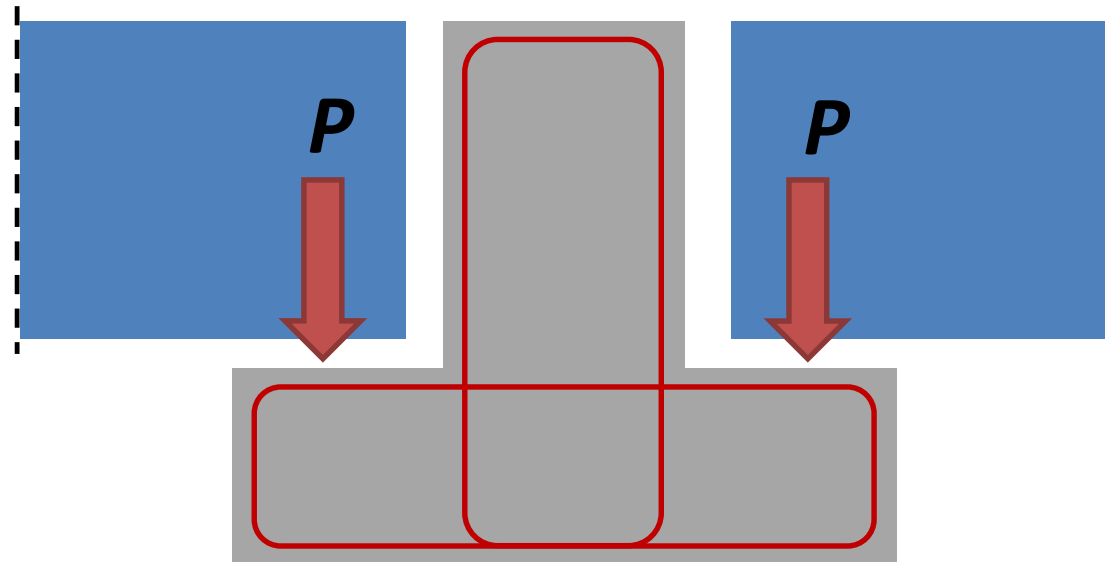
→ Este necesară armătură suspendată



## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

## FORȚA APLICATĂ PE PARTEA INFERIOARĂ

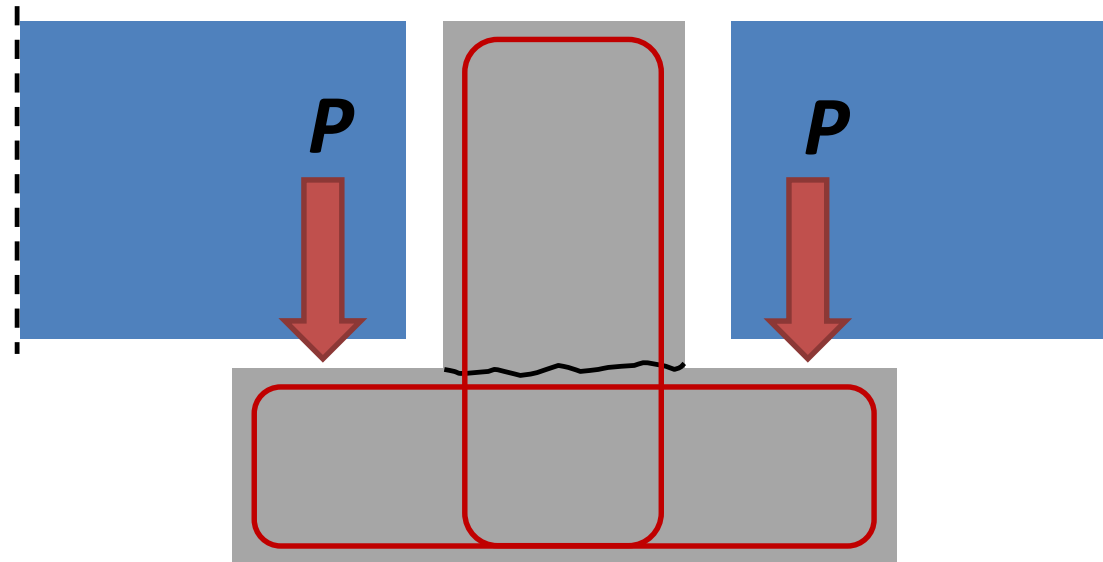
→ Este necesară armătură suspendată



## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

## FORȚA APLICATĂ PE PARTEA INFERIOARĂ

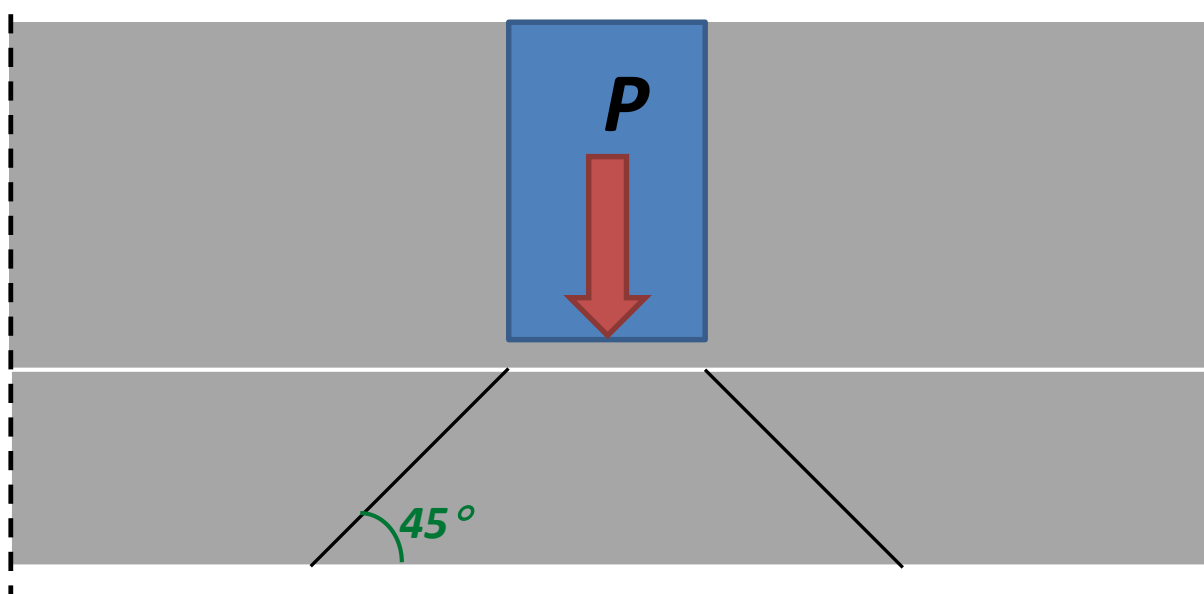
→ Este necesară armătură suspendată



## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

## FORȚA APLICATĂ PE PARTEA INFERIOARĂ

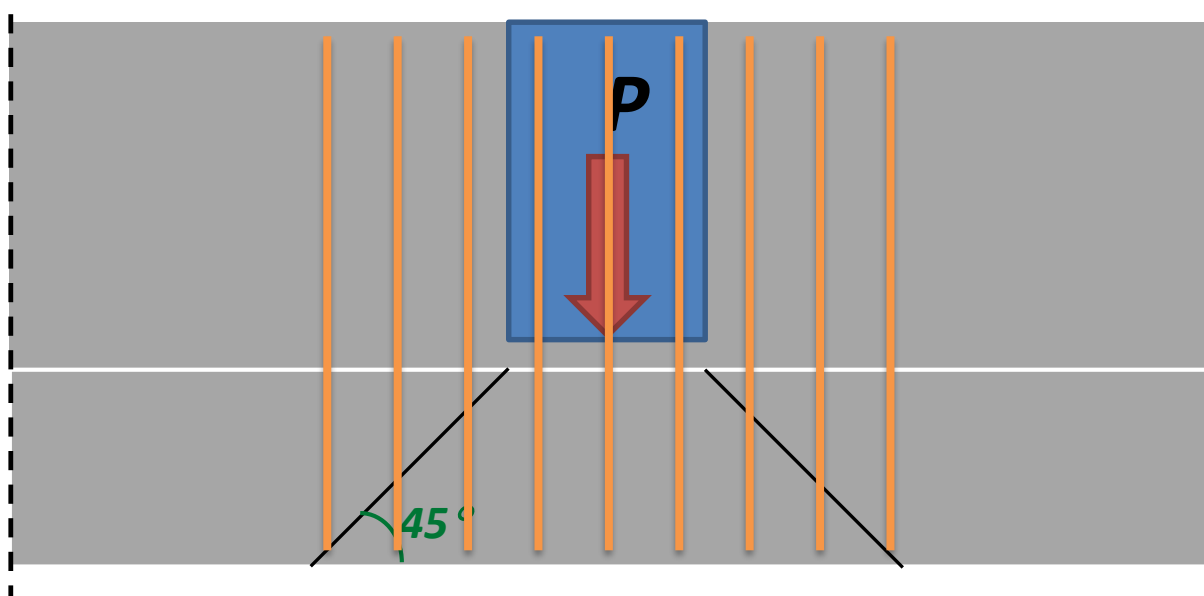
→ Este necesară armătură suspendată



## Special cases of shear / Cazuri speciale la forță tăietoare

## FORȚA APLICATĂ PE PARTEA INFERIOARĂ

→ Este necesară armătură suspendată



$$\Sigma A_{sw} = \frac{P}{f_{ywd}}$$



10.1 COMPORTAREA ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE LA ACȚIUNEA FORȚELOR TĂIETOARE

10.2 CALCULUL LA FORȚĂ TĂIETOARE

10.3 ELEMENTE FĂRĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE

10.4 ELEMENTE CARE NECESITĂ ARMĂTURĂ LA FORȚĂ TĂIETOARE

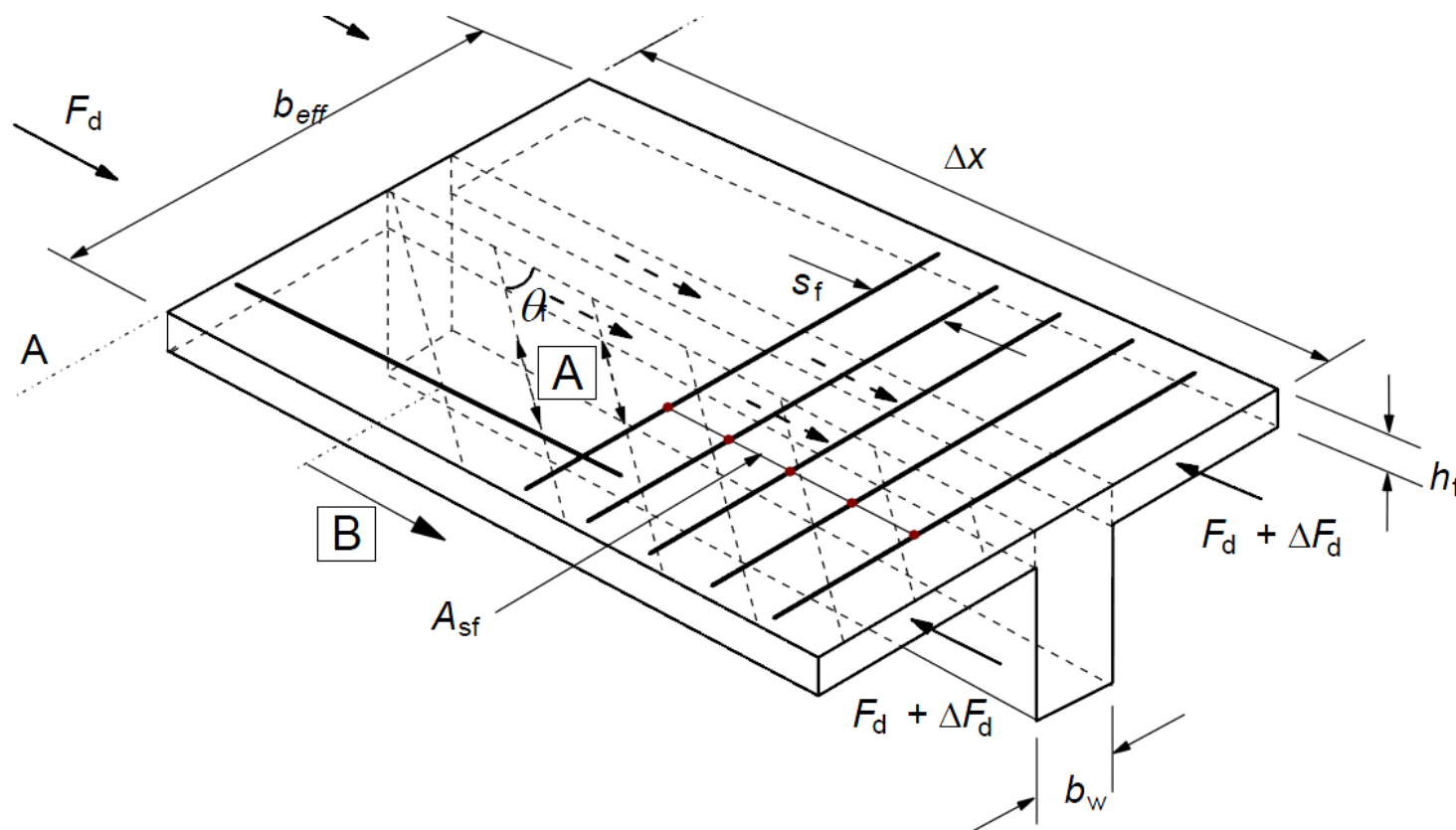
10.5 CAZURI SPECIALE DE PRELUARE A FORȚEI TĂIETOARE

**10.6. FORFECAREA DINTRE INIMA ȘI TALPA SECȚIUNILOR T**

## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

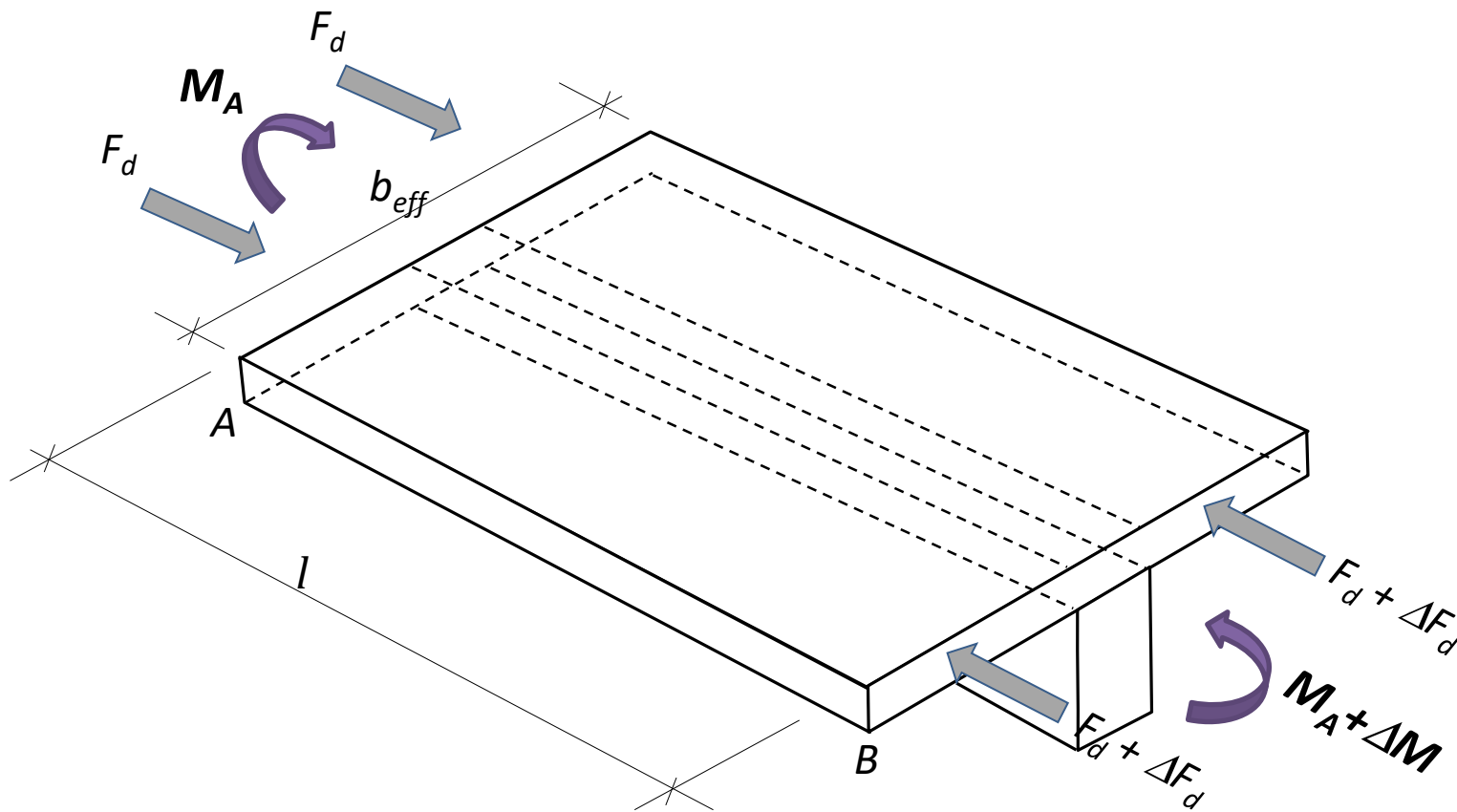
Forfecarea se produce din cauza creșterii forțelor de compresiune în tălpi.

*A – biеле comprimate*



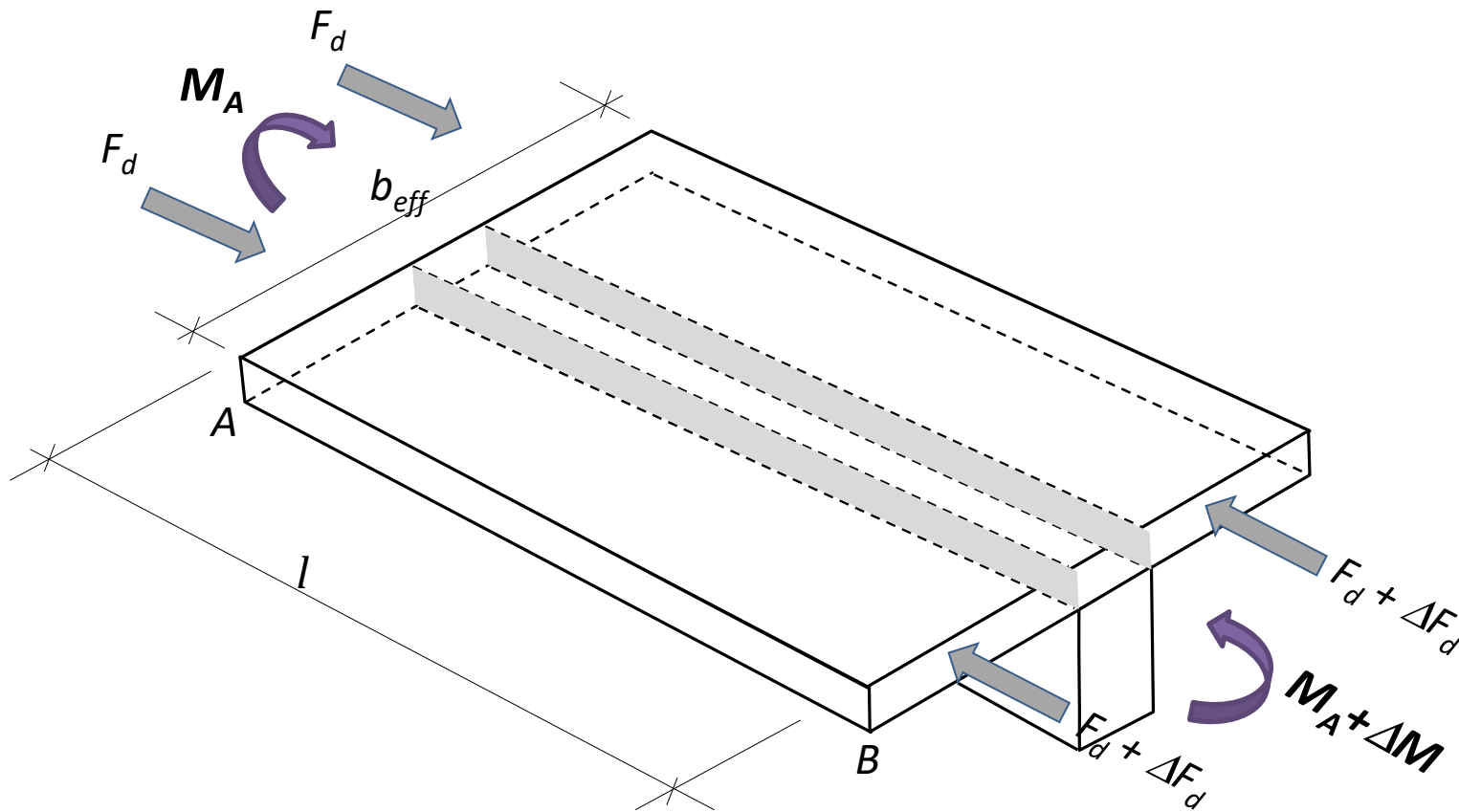
## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

Forfecarea se produce din cauza creșterii forțelor de compresiune în tălpi.



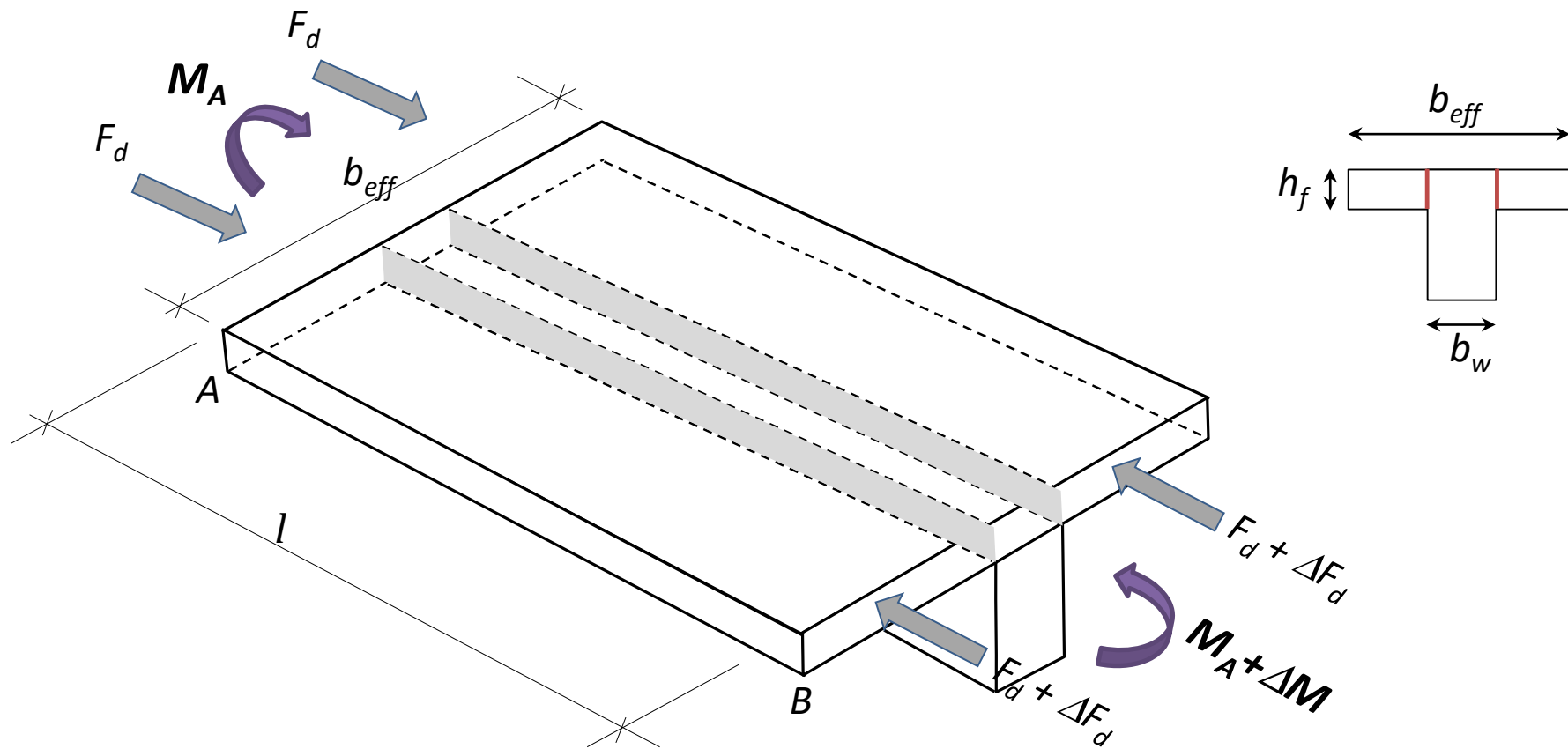
## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

Forfecarea se produce din cauza creșterii forțelor de compresiune în tălpi.



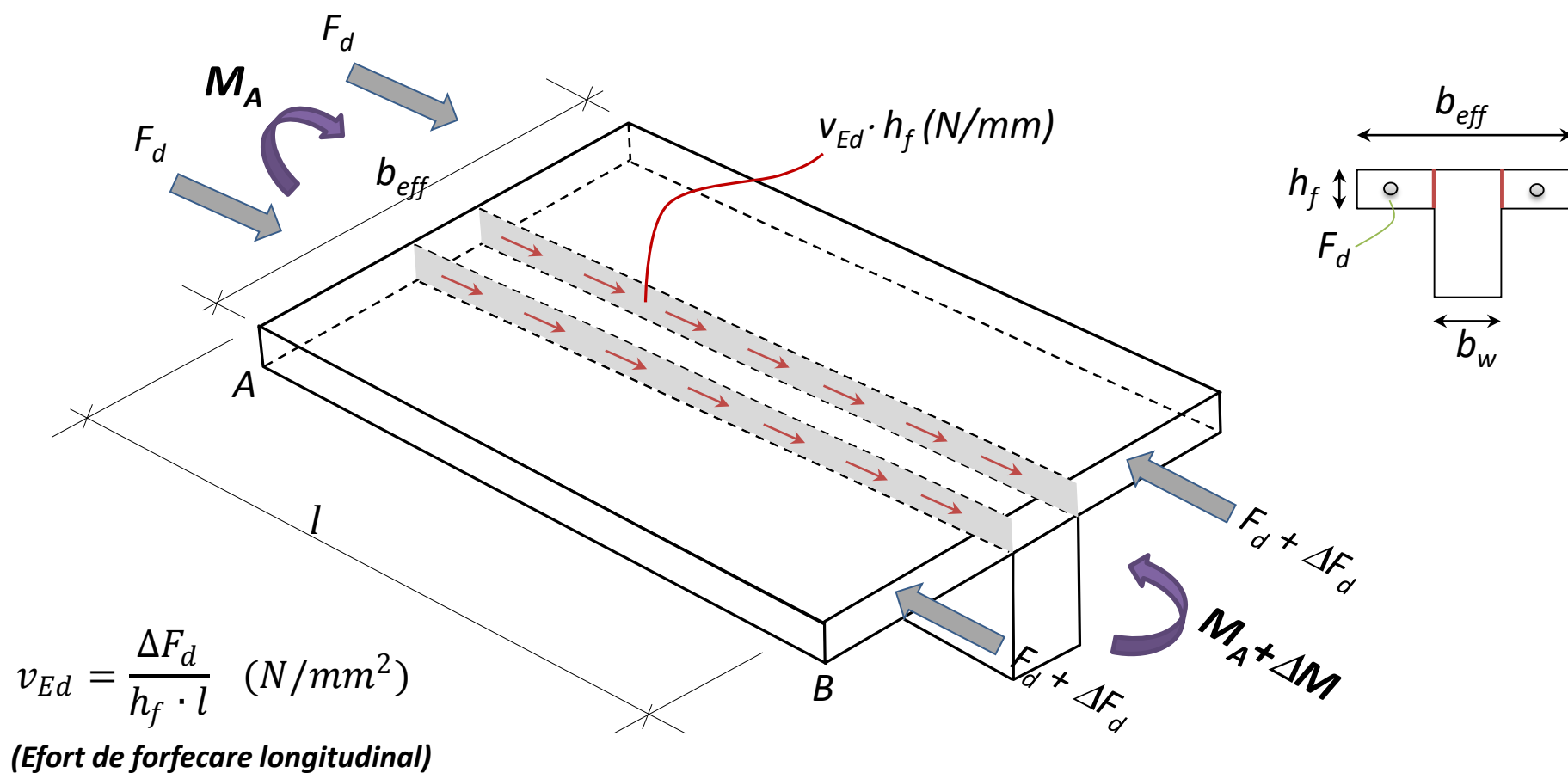
## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

Forfecarea se produce din cauza creșterii forțelor de compresiune în tălpi.



## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

Forfecarea se produce din cauza creșterii forțelor de compresiune în tălpi.

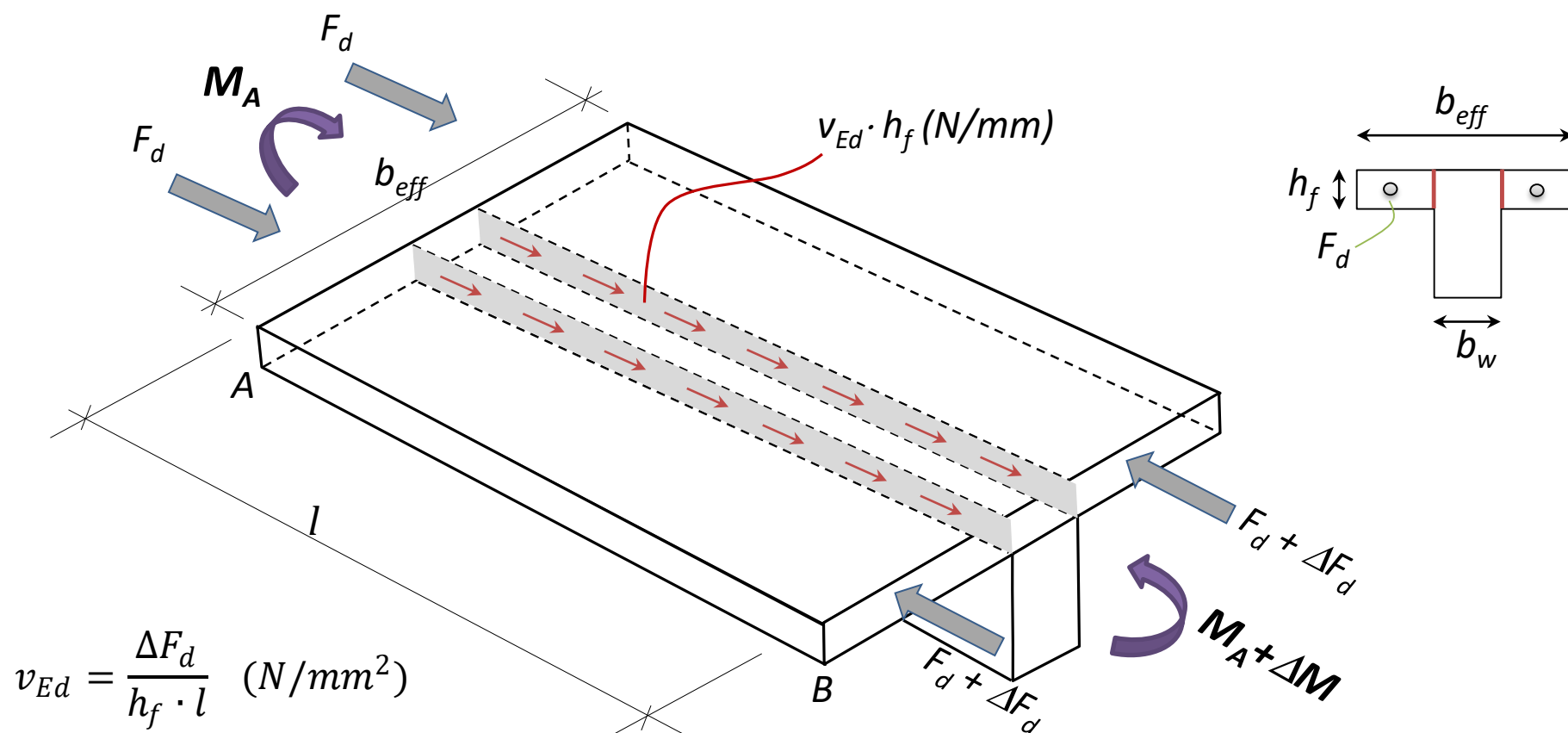


$\Delta F$  – variația forței axiale din placă pe lungimea  $l$  (notat cu  $\Delta x$  în EC2)

$l$  – se alege conform schiței

## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

Forfecarea se produce din cauza creșterii forțelor de compresiune în tălpi.



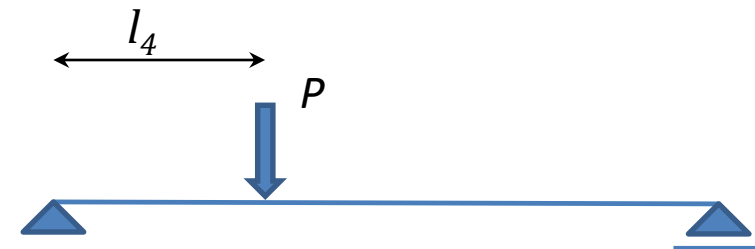
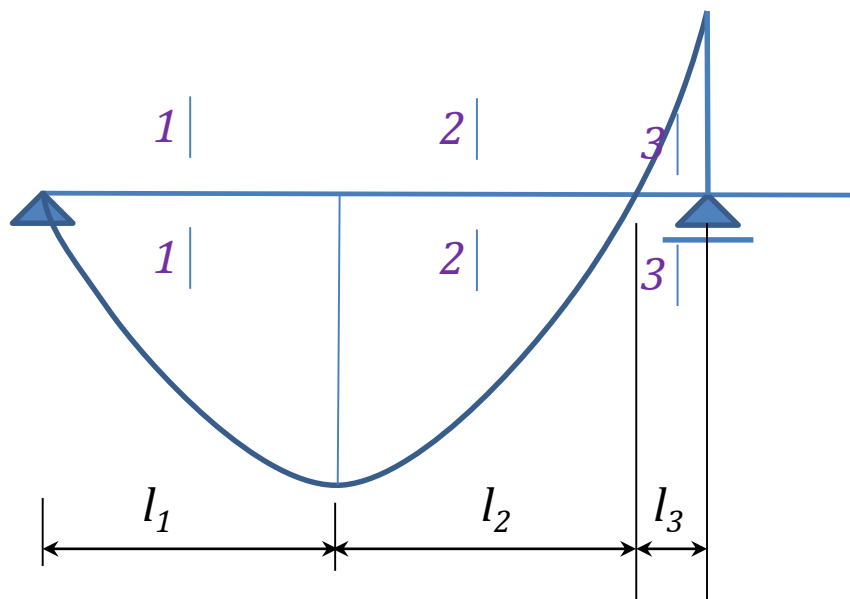
$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \cdot l} \quad (\text{N/mm}^2)$$

$$\Delta F_d = \frac{1}{2} \frac{\Delta M_{Ed}}{z} \left( \frac{b_{eff} - b_w}{b_{eff}} \right)$$

$\Delta M_{Ed}$  - variația momentului pe distanța  $l$  (între A-B)

## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

Forfecarea se produce din cauza creșterii forțelor de compresiune în tălpi.

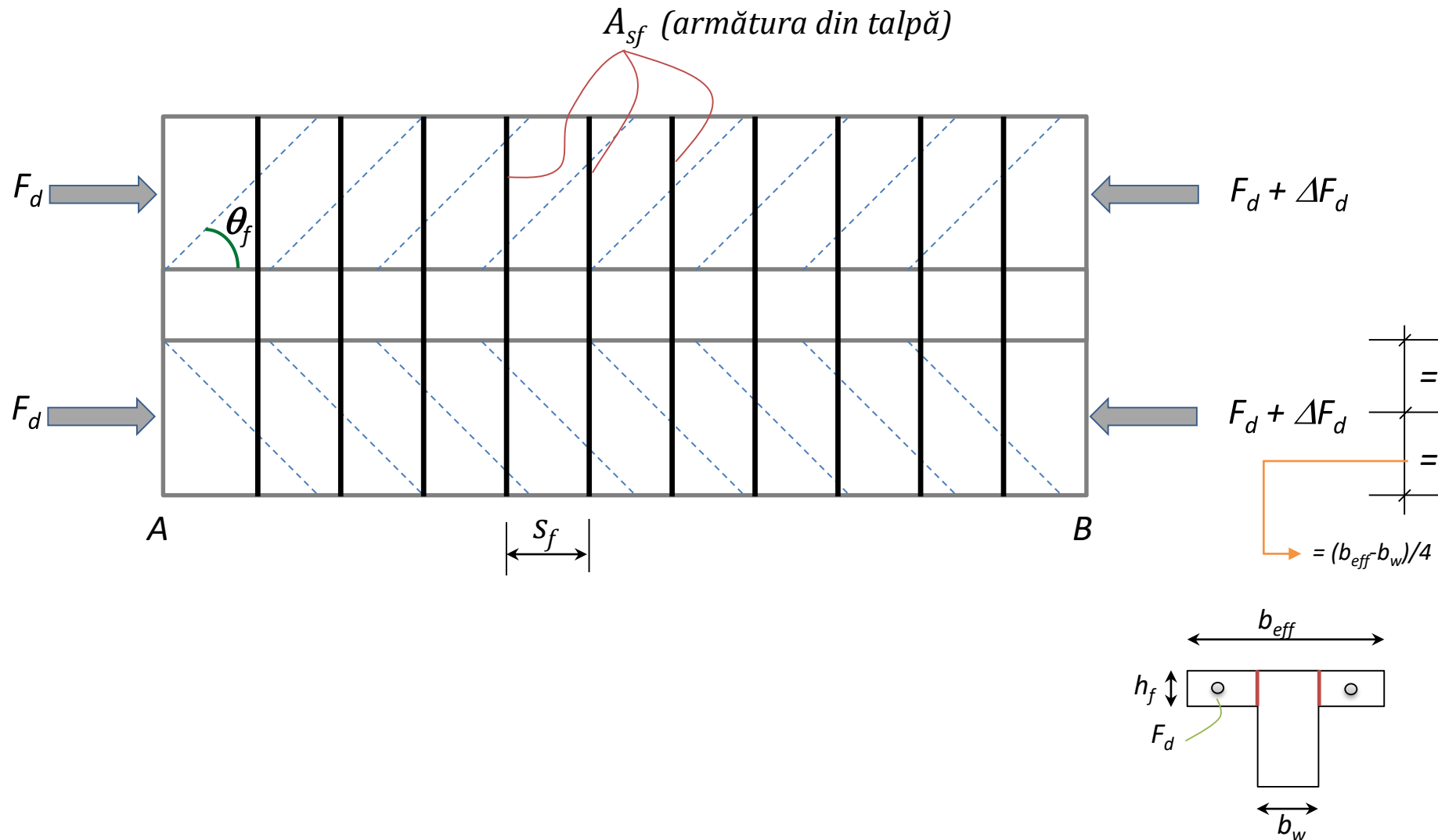


$$l = \max (l_1 ; l_2 ; l_3 ; l_4)$$



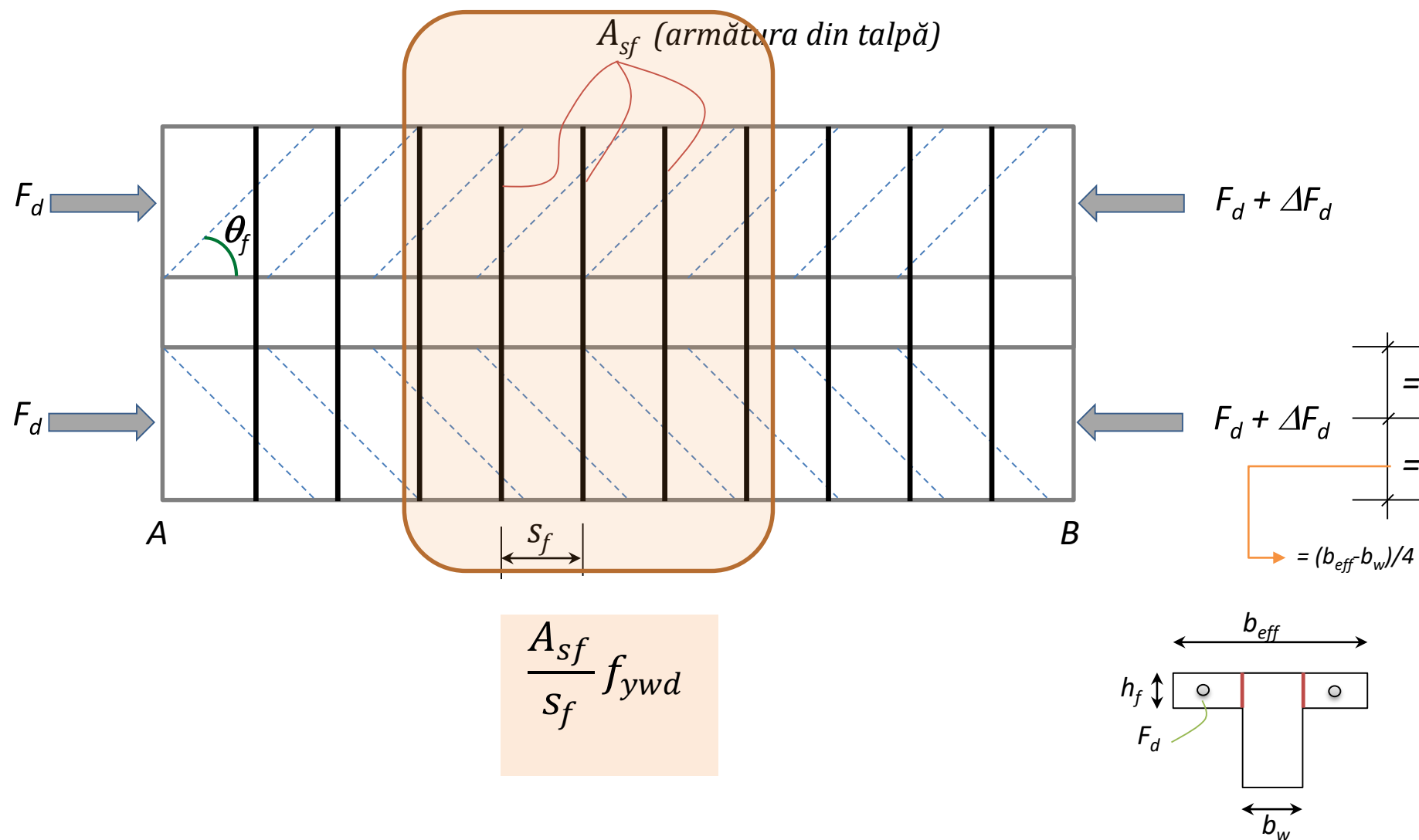
## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

Forfecarea se produce din cauza creșterii forțelor de compresiune în tălpi.



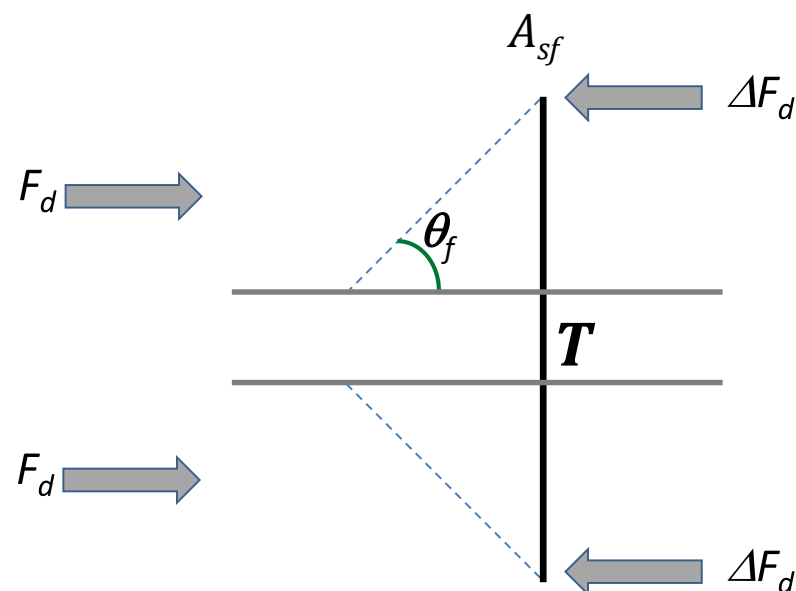
## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

Forfecarea se produce din cauza creșterii forțelor de compresiune în tălpi.



## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

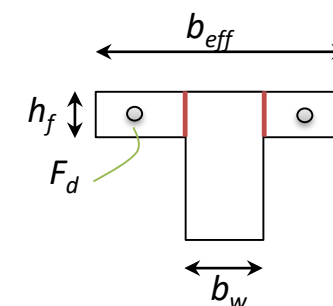
Forfecarea se produce din cauza creșterii forțelor de compresiune în tălpi.



$$\operatorname{tg}\theta_f = \frac{T}{\Delta F_d} \Rightarrow T = \Delta F_d \operatorname{tg}\theta_f$$

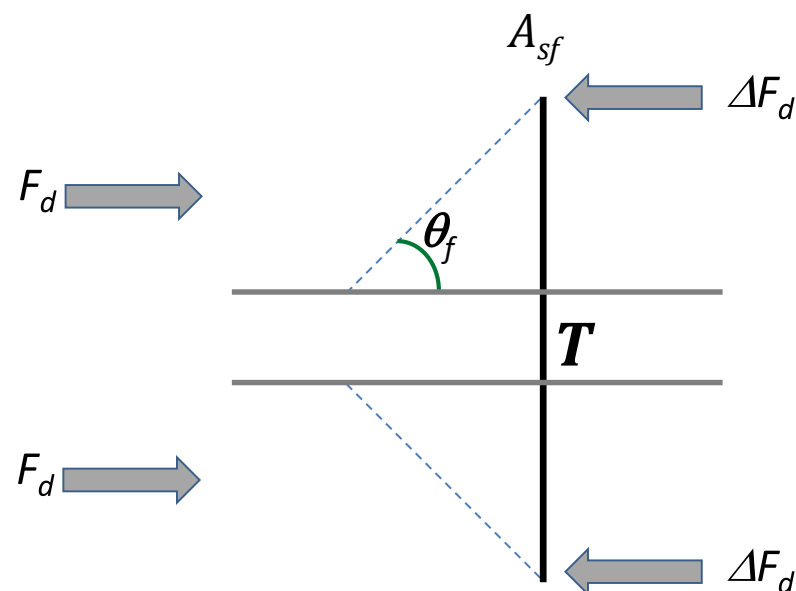
$$\frac{A_{sf}}{s} f_{ywd} \geq T = \Delta F_d \operatorname{tg}\theta_f$$

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \cdot l} \quad (\text{N/mm}^2)$$



## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

Forfecarea se produce din cauza creșterii forțelor de compresiune în tălpi.



$$1 \leq \operatorname{ctg} \theta_f \leq 2 \quad \Rightarrow \text{Pt plăci comprimate}$$

$$1 \leq \operatorname{ctg} \theta_f \leq 1,25 \quad \Rightarrow \text{Pt plăci întinse}$$

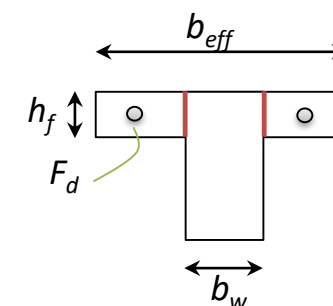
Pentru

$$v_{Ed} \leq 0,4f_{ctd}$$

nu este necesară o armare în plus

$$\Rightarrow \frac{A_{sf}}{s} f_{ywd} \geq v_{Ed} h_f \operatorname{tg} \theta_f$$

unde  $v_{Ed} \leq v f_{cd} \sin \theta_f \cos \theta_f$



## Shear between web and flanges/ Forfecarea dintre inimă și talpă

Armătura din forfecare trebuie combinată cu armătura din placă

